

FÁBIO CORTIANO

**Análise e Desenvolvimento de
Metodologias para Alocações de
Serviços em S.E.P. Operando
Segundo Modelo *Pool*-Bilateral**

Dissertação apresentada como requisito
parcial para a obtenção do grau de
Mestre, no Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da Universidade
Federal do Paraná.

Orientadora: Dr.^a Thelma Solange Piazza
Fernandes.

Curitiba

2006

AGRADECIMENTOS

“A liberdade é o espaço que a felicidade precisa , pois a determinação, coragem e autoconfiança são fatores decisivos para o sucesso tudo que é bom dura o tempo necessário para ser inesquecível . . . é assim porque a verdadeira amizade é como a saúde perfeita , seu valor raramente é reconhecido até que seja perdida . .. é preciso coragem para se levantar e falar , porem é preciso muito mais coragem para sentar e apenas ouvir . . . sabedoria para ensinar aquilo que mais precisamos aprender e fê para colocar os sonhos à prova . . .tenhamos em nossa alma e coração a certeza de um novo amanhecer porque certamente ela sempre estará de braços abertos, rescitando as seguintes palavras : OI DE THELMA”

Quero agradecer a banca ,Prof^a Dra.Elizete Maria lourenço e Prof^a Dra. Katia C. de Almeida .

A minha orientadora Prof^a Dra. Thelma Solange Piazza Fernandes pela oportunidade de ser mais um integrante vencedor a compor mais uma página de vitória do ensino de pós-graduação.

À Companhia Paranaense de Energia (Copel) pela compreensão e liberação durante os créditos realizados.

Thelma . . . o tempo pode apagar minhas palavras , mas não apagará o que eu aprendi ao seu lado , que Deus a abençõe e que as Professoras Elizete e Katia possam , ao seu lado, iluminar a nossa Engenharia Elétrica , pois são pessoas como vocês que enobrecem o nosso ensino brasileiro.

SUMÁRIO

Lista de Tabelas.....	VII
Lista de Siglas.....	IX
Lista de Símbolos.....	X
Resumo.....	XV
Abstract.....	XVI
CAPÍTULO I: Introdução.....	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Contribuições da Dissertação.....	2
1.3 Estrutura da Dissertação.....	3
CAPÍTULO II: Revisão Bibliográfica.....	4
2.1 Introdução.....	4
2.2 Metodologias de Despacho de Potência.....	5
2.3 Alocação de Fluxos de Potência	9
2.4 Alocação de Perdas.....	11
2.5 Alocação de Custos de Transmissão.....	14
2.6 Fluxo de Potência Ótimo.....	16
2.7 Considerações finais.....	18
CAPÍTULO III: Modelos Simplificado e Completo para Despacho de Geração	19
3.1 Introdução.....	19
3.2 Modelo Simplificado para Despacho de Geração.....	20
3.2.1 Representação das Variáveis de Otimização do Problema Simplificado.....	20
3.2.2 Critérios de Otimização.....	26
3.2.3 Restrições de Igualdade e de Desigualdade.....	29
3.2.4 Formulação Geral do Modelo Simplificado para Despacho de Geração.....	31

3.3 Modelo Completo para Despacho de Geração.....	32
3.3.1 Representações das Equações de Balanço de Potência para Modelo Completo de Despacho de Geração.....	33
3.3.2 Variáveis de Otimização do Problema Completo.....	41
3.3.3 Critérios de Otimização.....	41
3.3.4 Restrições de Igualdade e de Desigualdade.....	41
3.3.5 Formulação Geral do Modelo Completo para Despacho de Geração.....	44
3.4 Considerações Finais.....	45
 CAPÍTULO IV: Alocação de Serviços.....	47
4.1 Introdução.....	47
4.2 Alocação de Fluxos de Potência Ativa entre Usuários.....	50
4.2.1 Cálculo de Fluxo de Potência Total.....	50
4.2.2 Alocação de Fluxos de Potência entre Usuários.....	50
4.3 Alocação de Perdas entre Usuários.....	52
4.3.1 Perdas de Potência Aparente.....	52
4.3.2 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando a Soma dos Fluxos Ativos nas Linhas.....	52
4.3.3 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando Matriz $\dot{\mathbf{Z}}$	55
4.4 Alocação de Custos de Transmissão.....	56
4.4.1 Alocação de Custo Fixo.....	56
4.4.2 Alocação de Custos Operacionais.....	57
4.5 Considerações Finais.....	59
 CAPÍTULO V: Resultados.....	60
5.1 Introdução.....	60
5.2 Descrição dos Sistemas de 5, 14 e 182 Barras.....	60
5.3 Resultados para Sistema de 5 barras	63
5.3.1 Caso 1 (1 transação bilateral, 1 multilateral e pool, Carga Leve).....	63
5.3.1.1 Despacho de Geração para Sistema 5 barras – Carga Leve.....	63
5.3.1.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Leve.....	65
5.3.1.3 Alocação de Perdas Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Leve.....	66

5.3.1.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 5 barras – Carga Leve.....	66
5.3.2 Caso 2 (1 transação bilateral, 1 multilateral e pool, Carga Pesada).....	68
5.3.2.1 Despacho de Geração para Sistema 5 barras – Carga Pesada.....	68
5.3.2.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Pesada.....	70
5.3.2.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Pesada.....	71
5.3.2.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 5 barras – Carga Pesada.....	71
5.4 Resultados para Sistema de 14 barras	73
5.4.1 Caso 3 (Contratos de Potência Ativa e Reativa: $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$).....	73
5.4.1.1 Despacho de Geração para Sistema 14 barras – $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$	73
5.4.1.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$	75
5.4.1.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$	77
5.4.1.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$	75
5.4.2 Caso 4 (Contratos de Potência Ativa : $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$).....	78
5.4.2.1 Despacho de Geração para Sistema 14 barras – $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$	78
5.4.2.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$	80
5.4.2.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$	80
5.4.2.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$	81
5.5 Resultados para Sistema de 182 barras	82
5.5.1 Despacho de Geração para Sistema de 182 barras.....	82
5.5.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 182 barras.....	86
5.5.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 182 barras.....	89
5.6 Análise do Tempo Computacional	90
5.7 Considerações Finais	91
CAPÍTULO VI: Conclusões.....	92
6.1 Introdução.....	92
6.2 Contribuições da Dissertação.....	92
6.3 Recomendações para Trabalhos Futuros.....	94

Referências

Bibliográficas.....	96
----------------------------	-----------

Apêndice A: Resolução Matemática do Problema de Despacho Ótimo de Potência.....100

A.1 O Método de Pontos Interiores.....	100
A.2 O Problema de Despacho de Geração.....	100
A.3 Condições de Otimalidade.....	102
A.4 Algoritmo Primal Dual de Pontos Interiores.....	104
A.4.1 Obtenção dos Pontos Estacionários.....	104
A.4.2 Algoritmo de Solução do Problema.....	108
Fluxograma do Método dos Pontos Interiores.....	109

Apêndice B: Fluxos de Potência Ativa e Reativa.....111

B.1 Modelagem de linhas	111
B.2 Injeção de Corrente na Forma Matricial.....	112
B.3 Fluxo de Potência Ativa e Reativa na Forma Matricial.....	113

Apêndice C: Dados do Sistema Utilizado.....116

C.1 Introdução.....	116
C.2 Dados do Sistema de 5-barras.....	116
C.3 Dados do Sistema de 14-barras.....	117
C.4 Dados do Sistema de 182-barras.....	118

LISTA DE TABELAS

5 BARRAS – CARGA LEVE.....63

Tabela 5.5: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Transações (MSDG e MCDG).....63

Tabela 5.6: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MSDG).....64

Tabela 5.7: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MCDG).....64

Tabela 5.8: Tensões Induzidas (MSDG).....65

Tabela 5.9: Tensões Induzidas (MCDG).....65

Tabela 5.10 Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....66

Tabela 5.11: Alocação de Perdas de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....67

Tabela 5.12 Alocação de Custos Fixos e Variáveis (MSDG e MCDG).....68

5 BARRAS – CARGA PESADA.....68

Tabela 5.13: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG e MCDG).....68

Tabela 5.14: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MSDG).....69

Tabela 5.15: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MCDG).....69

Tabela 5.16: Tensões Induzidas (MSDG).....70

Tabela 5.17: Tensões Induzidas (MCDG).....70

Tabela 5.18: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....70

Tabela 5.19: Alocação de Perdas de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....71

Tabela 5.20: Alocação de Custos Fixos e Variáveis (MSDG e MCDG).....71

14 BARRAS - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$73

Tabela 5.21: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG e MCDG).....73

Tabela 5.22: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MSDG e MCDG).....74

Tabela 5.23: Tensões Induzidas (MSDG e MCDG).....75

Tabela 5.24: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG).....76

Tabela 5.25: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MCDG).....76

Tabela 5.26: Alocação de Perdas de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....77

Tabela 5.27: Alocação de Custos Fixos e Variáveis (MSDG e MCDG).....77

14 BARRAS - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=0$.....	78
Tabela 5.28: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG).....	78
Tabela 5.29: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MSDG e MCDG).....	79
Tabela 5.30: Tensões Induzidas (MSDG e MCDG).....	79
Tabela 5.31: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....	80
Tabela 5.32: Alocação de Perdas de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....	81
Tabela 5.33: Alocação de Custos Fixos e Variáveis (MSDG e MCDG).....	81
 182 BARRAS $w_{dp}= w_{dq}=1000$.....	 82
Tabela 5.34: Despacho de Potência Ativa por Usuário (MSDG e MCDG).....	83
Tabela 5.35: Despacho de Potência Reativa por Usuário (MSDG e MCDG).....	83
Tabela 5.36: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG).....	86
Tabela 5.37: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MCDG).....	86
Tabela 5.38: Alocação de Perdas de Potência Ativa (MSDG e MCDG).....	89
Tabela 5.39: Tempos Computacionais e Número de Iterações.....	90

LISTA DE SIGLAS

DOP: Despacho Ótimo de Potência

ONS: Operador Nacional do Sistema

FPO: Fluxo de Potência Ótimo

FC: Fluxo de Carga

KKT: Karush Kuhn Tucker

MSDG: Modelo Simplificado para Despacho de Geração.

MCDG: Modelo Completo para Despacho de Geração.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz de incidência barra-linha ($A \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$)
A_f	matriz de incidência barra final-linha ($A_f \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$)
A_t	matriz de incidência barra final-linha ($A_t \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$)
B	parte imaginária de \dot{Y} que representa matriz de susceptância de barra ($B \in \mathbb{R}^{(nb \times nb)}$)
d	vetor que soma as partes imaginárias das componentes de tensão referentes à barra de referência ($d \in \mathbb{R}^{[2nb(ntr+1) \times 1]}$)
e^k	vetor da parte real da tensão referente ao usuário k ($e^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
e^{tot}	vetor da parte real da tensão total ($e^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
f^k	vetor da parte imaginária da tensão referente ao usuário k ($f^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
f^{tot}	parte imaginária da tensão total ($f^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
FC_{im}	custo fixo de transmissão da linha (i,m)
FTC_{im}^k	custo fixo de transmissão da linha (i,m) ao usuário k
g_{km}	condutância série do elemento entre as barras k e m
G	parte real da matriz \dot{Y} que representa matriz de condutância de barra ($G \in \mathbb{R}^{(nb \times nb)}$)
\dot{I}^{tot}	injeção de corrente fasorial ($\dot{I} \in \mathbb{C}^{(nb \times 1)}$)
\dot{I}^k	injeção de correntes fasorial devido à transação k ($\dot{I}^k \in \mathbb{C}^{(nb \times 1)}$)
if	vetor com as barras iniciais das linhas do sistema de transmissão ($if \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$)
\dot{I}_{im}	corrente total que percorre elemento entre as barras i e m , na direção $i-m$
it	vetor com as barras finais das linhas do sistema de transmissão ($it \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$)
M_i	matriz auxiliar para obtenção de soma do somatório ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra i ($M_i \in \mathbb{R}^{(2nb \times 2nb)}$)
nb	número de barras
ntr	número de transações
ng	número de geradores
nd	número de cargas
nc	número de contingências
$ndes$	número de restrições de desigualdade de limite superior e inferior
nig	número de restrições de igualdade
nz	número total de variáveis de otimização
Pg_i^k	potência ativa transacionada pelo gerador i para o usuário k
Pg	potência de geração ativa com todo conjunto de usuários ($Pg \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)

- \mathbf{Pg}^{tot}** geração de potência ativa ($\mathbf{Pg}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- \mathbf{Pd}** potência de demanda ativa com todo conjunto de usuários ($\mathbf{Pd} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- $\underline{\mathbf{gp}}$** vetor de limites de geração mínimo de potência ativa ($\underline{\mathbf{gp}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- $\overline{\mathbf{gp}}$** vetor de limites de geração máxima de potência ativa ($\overline{\mathbf{gp}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- $\underline{\mathbf{gq}}$** vetor de limites de geração mínimo de potência reativa ($\underline{\mathbf{gq}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- $\overline{\mathbf{gq}}$** vetor de limites de geração máxima de potência reativa ($\overline{\mathbf{gq}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- OTC^k** custo operacional de transmissão devido ao usuário k
- \mathbf{P}** injeção de potência ativa englobando todas os usuários ($\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- \mathbf{P}^k** injeção de potência ativa por transação
- \mathbf{Pl}_{im}** fluxo de potência ativa que percorrem elementos na direção $i-m$ ($\mathbf{Pl}_{im} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$)
- $Perda^{tot}$** perda total de potência ativa
- $Perda_{\dot{\mathbf{Z}}}^k$** valor de perda de potência ativa por usuário k utilizando matriz $\dot{\mathbf{Z}}$
- $Perda_{fluxo}^k$** valor de perda de potência ativa por usuário k utilizando DOP
- \mathbf{Perda}^k** vetor de perda de potência ativa por usuário pelos elementos de transmissão
($\mathbf{Perda}^k \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$)
- \mathbf{Perda}^{tot}** vetor de perda de potência ativa total pelos elementos de transmissão ($\mathbf{Perda}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$)
- $\mathbf{Perda}_{\dot{\mathbf{Z}}}$** vetor de perdas de potência ativa total por barra utilizando matriz $\dot{\mathbf{Z}}$ ($\mathbf{Perda}_{\dot{\mathbf{Z}}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- \mathbf{Q}** injeção de potência reativa englobando todas os usuários ($\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- $\mathcal{Q}g_i^k$** potência reativa transacionada pelo gerador i para ao usuário k
- \mathbf{Qg}** geração de potência reativa com todo conjunto de usuários ($\mathbf{Qg} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- \mathbf{Qg}^{tot}** geração de potência reativa ($\mathbf{Qg}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
- \mathbf{Qd}** demanda de potência reativa com todo conjunto de usuários ($\mathbf{Qd} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- $\underline{\mathbf{Qg}}$** limite de geração mínima de potência reativa ($\underline{\mathbf{Qg}} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- \mathbf{Ql}_{im}** vetor de fluxos de potência reativa que percorrem elementos na direção $i-m$
- rl_{im}** resistência série do elemento entre as barras i e m
- $\dot{\mathbf{S}}$** injeção de potência aparente englobando todos os usuários ($\dot{\mathbf{S}} \in \mathbb{C}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
- $\dot{\mathbf{S}}^k$** injeção de potência aparente referente ao usuário k ($\dot{\mathbf{S}}^k \in \mathbb{C}^{[nb \times 1]}$)

$\dot{S}d$	demanda de potência aparente
$\dot{\mathbf{S}}l_{im}$	vetor de fluxos de potência aparente que percorrem elementos na direção $i-m$ ($\dot{\mathbf{S}}l_{im} \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$)
$\dot{\mathbf{S}}l_{im}^k$	vetor de fluxos de potência aparente referente ao usuário k que percorrem elementos na direção $i-m$ ($\dot{\mathbf{S}}l_{im}^k \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$)
$\dot{\mathbf{S}}perda^k$	vetor de perda de potência aparente por usuário pelos elementos de transmissão ($\dot{\mathbf{S}}perda^k \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$)
$\dot{S}perda^{tot}$	valor total de perda de potência aparente de todo o sistema de transmissão
$\dot{\mathbf{S}}perda^{tot}$	vetor de perda de potência aparente total pelos elementos de transmissão ($\dot{\mathbf{S}}perda^{tot} \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$)
TTC^k	total capacidade de transferência do usuário k
$\dot{\mathbf{V}}^{tot}$	tensão fasorial ($\dot{\mathbf{V}}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
\mathbf{V}	magnitude de tensão fasorial ($\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
$\dot{\mathbf{V}}^k$	tensões nas barras devido ao usuário k ($\dot{\mathbf{V}}^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
$\dot{\mathbf{V}}^{tot}$	tensões nas barras do circuito com todos usuários ($\dot{\mathbf{V}}^{total} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
\mathbf{ve}_i^t	i -ésima linha da matriz \mathbf{Me}
\mathbf{vf}_i^t	i -ésima linha da matriz \mathbf{Mf}
$\underline{\mathbf{v}}$	limites de tensão mínima ($\underline{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
$\overline{\mathbf{v}}$	limites de tensão quadrado ($\overline{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
$\underline{\mathbf{V}}$	limites de tensão mínima ao quadrado ($\underline{\mathbf{V}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
$\overline{\mathbf{V}}$	limites de tensão máxima ao quadrado ($\overline{\mathbf{V}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
\mathbf{W}	Jacobiana das condições de KKT ($\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{(nz \times nz)}$)
\mathbf{x}	vetor de tensão que contém todas as componentes de tensão ($\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{[2 \times nb(ntr+1) \times 1]}$)
xl_{im}	reatância série do elemento entre as barras i e m
\dot{z}_{im}	impedância série do elemento entre as barras i e m
\dot{y}_{im}	admitância série do elemento entre as barras i e m
$\dot{\mathbf{Y}}$	matriz de admitância de barra ($\dot{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$)
$\dot{\mathbf{Z}}$	matriz de impedância de barra ($\dot{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$)
w_c	peso indicador de minimização de custos de geração
\mathbf{W}_d	matriz que prioriza o despacho de transações pré-selecionadas ($\mathbf{W}_d \in \mathbb{C}^{(nb \times ntr \times nb \times ntr)}$)

w_p	peso indicador de minimização de perdas
\mathcal{B}	matriz formada por $ntr+1$ matrizes \mathbf{B} dispostas diagonalmente ($\beta \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]}$)
ε	tolerância para o teste de convergência
γ	variável escalar que modifica a carga das transações
θ	ângulo de tensão fasorial ($\theta \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$)
Γ	matriz que soma as gerações por transação, composta por $ntr+1$ diagonais de valores unitários ($\Gamma \in \mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$)
Γ_e	matriz composta pela justaposição da matriz Γ e uma matriz de zeros ($\mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$) ($\Gamma_e \in \mathbb{R}^{[ntr \times nb \times nb(ntr+1)]}$)
Γ_f	matriz composta pela justaposição de uma matriz de zeros ($\mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$) e da matriz Γ ($\Gamma_f \in \mathbb{R}^{[ntr \times nb \times nb(ntr+1)]}$)
\mathcal{G}	matriz formada por $ntr+1$ matrizes \mathbf{G} dispostas diagonalmente ($\phi \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times (nb(ntr+1))]}$)
λp	vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa ($\lambda p \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
λq	vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência reativa ($\lambda q \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$)
λps	vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa ($\lambda ps \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$)
λqs	vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência reativa ($\lambda qs \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$)
λd	multiplicador de Lagrange associado à equação de valor angular nulo
μ	parâmetro barreira
$\underline{\pi p}$	vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de transação de potência ativa ($\underline{\pi p} \in \mathbb{R}^{[ntr \times 1]}$)
$\underline{\pi q}$	vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de transação de potência reativa ($\underline{\pi q} \in \mathbb{R}^{[ntr \times 1]}$)
$\underline{\pi gp}$	vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de geração de potência ativa ($\underline{\pi gp} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$)
$\overline{\pi gp}$	vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de geração de potência ativa ($\overline{\pi gp} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$)
$\underline{\pi gq}$	vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de geração de potência reativa ($\underline{\pi gq} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$)

$\overline{\pi \mathbf{g} \mathbf{q}}$ vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de geração de potência reativa ($\overline{\pi \mathbf{g} \mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$)

$\overline{\pi \mathbf{v}}$ multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de tensão ($\overline{\pi \mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$)

* em subscrito, representa valor conjugado de um número complexo

• em subscrito, representa valor ótimo de uma função

$||$ módulo de número complexo

$|| \quad ||_{\infty}$ norma infinita de vetor

$\text{diag}(\mathbf{I})$ matriz quadrada cuja diagonal principal é o vetor \mathbf{I}

negrito variáveis em negrito indicam que se trata de um vetor ou matriz

· variável com ponto indica que se trata de número complexo.

RESUMO

O processo de reestruturação do setor elétrico, que teve início na década de noventa, permitiu a entrada de capitais privados e incentivou a implantação de mercados competitivos, onde as compras e vendas de energia puderam ser feitas tanto a partir de uma entidade coordenadora de despacho centralizado, como através de transações bilaterais feitas diretamente entre um produtor e um comprador ou ainda através de entidades comerciais. Antes desse processo de reestruturação, todos os serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. Com a introdução de competição houve a necessidade de se separar o produto energia dos serviços de transmissão e distribuição, fazendo com que o despacho de geração e a alocação dos serviços se tornassem alvo de muitos estudos e inovações. Assim, este trabalho tem por objetivo propor e analisar metodologias para despacho ótimo de geração, alocação de perdas de potência ativa, fluxos de potência ativa em linhas de transmissão e custos de transmissão para Sistemas Elétricos operando com mercados competitivos.

Palavras-Chave: mercado *pool*-bilateral, despacho ótimo de geração, alocação de perdas e fluxos de potência.

ABSTRACT

The process of electric sector reorganization, that had begin in the decade of ninety, allowed the entrance of private capitals and stimulated the implantation of competitive markets, where the purchases and sales of energy can be in such a way made by a coordinating entity of centered forwarding, as through bilateral transactions made directly between a producer and a purchaser, or still through commercial entities. Before this process of reorganization, all the services associated to the electric energy were considered when supplying free load demand. With the competition introduction, they had to be separated how product the energy into the transmission and distribution services, making the dispatch of generation and the allocation of the services subjects of many studies and innovations. Thus, this work proposes and analyzes methodologies for optimal dispatch generation, allocation of active power losses, active power flows and costs of transmission lines for Electrical Systems operating under competitive markets.

Keywords: pool-bilateral markets, optimal power dispatch, loss allocation, power flow allocation.

CAPÍTULO I

Introdução

1.1 Introdução

Este trabalho tem por objetivo desenvolver uma metodologia alternativa para despacho de geração, utilizando-a em formulações tradicionais para alocações de perdas de potência ativa, fluxos de potência ativa em linhas de transmissão e custos de transmissão para Sistemas Elétricos operando sob mercados competitivos.

Antes do processo de reestruturação pelo qual o setor elétrico passou a partir da década de noventa, todos os serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. Com a introdução de competição através de, por exemplo, transações de potência, o problema relacionado a quanto cada uma delas estaria gerando e usando do sistema de transmissão passou a ser questionado, tornando necessária a modelagem das mesmas nas ferramentas computacionais costumeiramente utilizadas pelo setor.

Alguns autores (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a) representam os diversos usuários (transações de potência, mercado de curto prazo, concessionárias de energia e outros) de um modelo competitivo como fontes de corrente ideais. A cada usuário são associados um vetor de tensões de barra e um vetor de injeções de corrente representados em circuitos individuais. As tensões e injeções de corrente totais são obtidas utilizando o Teorema da Superposição (TS), após a resolução de um conjunto de equações de balanço de potência derivadas a partir da alocação das injeções totais de potência entre os usuários de acordo com as próprias injeções de corrente. Essa representação é utilizada em um modelo de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), cujas funções objetivo podem ser a minimização de perdas, de custo, de desvio de transações e desvio de tensões. Esse FPO fornece as tensões induzidas por usuários, que são utilizadas para se alocar perdas, fluxos pelas linhas e custos, segundo diferentes metodologias.

Esse modelo FPO é de alta ordem, mesmo para sistemas com poucas barras, sendo que um elevado tempo computacional é gasto em sua resolução, tornando-o eficiente apenas para estudos *off-line*. Assim, propõe-se, neste trabalho, o uso de um modelo de despacho mais simplificado para então se realizar as alocações de perdas, fluxos de potência e custos de transmissão. O modelo tem uma formulação similar àquela de um FPO convencional, tal como o modelo linearizado formulado por (GALIANA e ILIC, 1996) e que tem como objetivo minimizar os desvios das transações propostas. A diferença desse modelo simplificado em relação à literatura é quanto às restrições de balanço de potência ativa, pois ao invés de se utilizar as equações linearizadas do modelo da rede CC, são utilizadas as equações completas de balanço de potência ativa e reativa das barras. Essa modelagem mais precisa é motivada pelo interesse em realizar alocação de perdas e fluxos, que dependem diretamente dos níveis de tensão nas barras do sistema elétrico.

Já quanto a alocação de fluxos de potência ativa e perdas de transmissão entre os usuários de um mercado competitivo, a literatura apresenta várias metodologias. A partir dos resultados do despacho de geração, a ser implementado nesse trabalho, foram também implementadas algumas dessas metodologias para alocação de serviços. E, a fim de se avaliar as alocações assim obtidas, as mesmas foram comparadas com aquelas obtidas pelo modelo mais completo, que representa os usuários como fontes de corrente.

Em síntese, esse trabalho apresenta uma formulação não linear convencional para despacho ótimo de geração de sistema elétrico que opera segundo mercados competitivos e a compara com o modelo já proposto por (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a) que também opera segundo mercados competitivos, mas que discrimina os usuários individualmente como fontes de corrente através do TS. Além disso, descreve e aplica metodologias de alocação de fluxos, perdas e custos na transmissão que se utilizam dos dados fornecidos por essas duas formulações.

1.2 Contribuições da Dissertação

Esse trabalho traz as seguintes contribuições:

(i) Implementação de um despacho ótimo de geração convencional cuja função objetivo é minimizar o desvio das transações propostas, utilizando-se das equações

completas de balanço de potência ativa e reativa, denominado Modelo Simplificado de Despacho de Geração (MSDG).

(ii) Comparação dos resultados fornecidos por esse MSDG com os obtidos pelo modelo que detalha os usuários como fontes de corrente, denominado Modelo Completo de Despacho de Geração (MCDG).

(iii) Utilização dos resultados do MSDG para obtenção das contribuições de tensão por usuário a fim de utilizá-los na alocação de perdas, fluxos de potência e custos de transmissão entre os usuários do sistema operando segundo mercados competitivos utilizando-se de metodologias conhecidas na literatura.

(iv) Comparação desses resultados com as alocações de serviços obtidas pelo MCDG.

(v) Conclusões sobre viabilidade de se utilizar o MSDG em detrimento do MCDG.

1.1 Estrutura da Dissertação

O trabalho está dividido em 6 capítulos e se apresenta da seguinte maneira :

O Capítulo II apresenta uma revisão bibliográfica sobre a reestruturação do setor elétrico, bem como de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) e modelagem dos usuários no mercado *pool*-bilateral.

O Capítulo III apresenta a formulação matemática do modelo simplificado para despacho de geração e do modelo completo para despacho de geração de sistemas que operam sob mercados competitivos.

O Capítulo IV descreve e analisa aspectos técnicos e econômicos da operação de sistemas elétricos em ambientes competitivos que se referem ao uso do sistema de transmissão tais como: alocação de perdas, de fluxos nas linhas e custos fixos e operacionais. A análise se baseia nos resultados obtidos pelo modelo MSDG e MCDG.

No Capítulo V, apresentam-se os resultados das simulações aplicadas a sistemas de 5, 14 e 182 barras pertinentes aos modelos Simplificado (MSDG) e Completo (MCDG).

E, finalmente, no Capítulo VI são apresentadas conclusões e propostas para pesquisas futuras.

CAPÍTULO II

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

O setor de eletricidade tem algumas características próprias, pois produz uma mercadoria em grande escala que não pode ser armazenada, ou seja, tem que ser consumida no momento em que é gerada. Esse fato requer um controle em tempo-real da geração e consumo, necessitando um esforço no desenvolvimento de modelos matemáticos que auxiliem o despacho da geração e a interligação da mesma aos centros de consumo (transmissão e distribuição) de maneira eficiente e confiável.

Em termos mundiais, até a década de 70, todos os serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. No entanto, a partir da década de noventa iniciou-se uma revolução, com a reestruturação do setor elétrico, através do estabelecimento de modelos competitivos para compra e venda de energia elétrica o que implicou na separação do produto energia dos serviços de transmissão e distribuição, fazendo com que o despacho de geração e a alocação dos serviços se tornassem alvo de muitos estudos e inovações.

Antes desse processo de reestruturação, todos os serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. Com a introdução da competição, estabeleceu-se um mercado de compra e venda de energia entre uma entidade vendedora e uma compradora, definida para um intervalo particular de tempo, constante ou variável no tempo (transações de potência), e novas questões passaram a ser levantadas tais como: quanto um determinado gerador produz para suprir uma determinada carga e quanto está sendo utilizado da rede de transmissão para se estabelecer essa transação de potência. Ou seja, tornou-se necessário conhecer o comportamento e a influência de cada transação de potência.

Nos novos modelos competitivos, existem basicamente três tipos de mercados de energia (DAVID, 1998): modelo *pool*, definido como uma bolsa de energia onde todos os lances são submetidos para análise e aprovação, ou seja, os geradores estabelecem um valor (preço) e o *pool* despachando os de menor valor; no modelo bilateral, as transações são arranjadas entre vendedores e compradores independentemente de um órgão centralizador, sendo que a mesma é identificada por um par de barras $\{i,j\}$; o modelo intermediário *pool-bilateral*, que possui tanto um despacho centralizado, feito por ordem de mérito dos participantes, como o mecanismo de transações bilaterais. Podem-se denominar o mercado *pool* e as transações de potência como usuários ou participantes da rede.

Assim, para se conhecer o comportamento e a influência dos usuários de uma rede elétrica, muitos modelos matemáticos têm sido propostos na literatura. A seguir, apresentam-se alguns que enfatizam pontos como despacho de geração, alocação de fluxos de potência ativa em linhas de transmissão, alocação de perdas de potência ativa e custo de transmissão para Sistemas Elétricos operando sob mercados bilateral e *pool-bilateral*.

2.2 Metodologias de Despacho de Potência

O despacho econômico é uma ferramenta usada em controle de tempo real para alocar a geração total entre as unidades disponíveis de modo a assumir toda a carga demandada. (HAPP, 1977) foi o pioneiro neste estudo sendo que a sua preocupação era a divisão da geração entre duas ou mais unidades a fim de se atender a carga total do sistema. Em seguida surgiram muitos trabalhos que se concentraram no desenvolvimento de ferramentas para modelos centralizados (tipo *pool*).

Recentemente, atendendo a nova tendência de operação de mercados competitivos, ou seja, de modelos não centralizados, muitos trabalhos têm sido propostos. Entre os pioneiros, pode-se citar o de (WU e VARAIYA, 1995), que propõem um modelo para Coordenação de Transações Multilaterais, onde os próprios interessados (geração e carga) acertam as transações entre si, levando em consideração aspectos econômicos. A coordenação verifica a viabilidade física das transações, re-arranjando-as de forma ótima, ficando a cargo do operador a verificação final dessa viabilidade técnica, com proposição de cortes de transações, se necessário.

(GALIANA e ILIC, 1996) propõem um modelo matemático linear para representação das transações a fim de se analisar as restrições operacionais. Esse modelo introduz a noção de uma rede virtual de transações, representada por uma matriz que estabelece as relações entre as transações comerciais e o sistema físico de geração e transmissão. A partir desse modelo, pode-se implementar um modelo *pool*-bilateral, cuja função objetivo é minimizar custo de produção do *pool* e despachar contratos físicos.

Em (GARZILLO, INNORTA e RICCI, 1998), mostra que independentemente do tipo de algoritmo usado, o problema de despacho pode ser formulado por meio de dois modelos diferentes: um modelo esparso ou um modelo compacto. No modelo esparso, as equações do fluxo de carga são explicitamente consideradas como restrições de igualdade. Neste caso o problema de otimização tem um alto número de variáveis e restrições que podem ser eficientemente tratadas pelas conhecidas técnicas de esparsidade. No modelo compacto, o problema de otimização considera um grupo de variáveis reduzidas, ou seja, algumas variáveis são eliminadas através de relações de sensibilidade obtida por uma expansão em séries de Taylor das equações de fluxo de carga. O tamanho do problema de otimização é, portanto, reduzido expressivamente quando comparado com o modelo esparso, mas neste caso a utilização de métodos de 2ª ordem é mais oneroso do ponto de vista computacional, por causa da necessidade de se calcular as derivadas das funções que expressam a dependência de variáveis em termos de variáveis de controle.

(DAVID, 1998) formula um despacho de geração cuja função objetivo é minimizar os custos entre os produtores e compradores e ainda, considera uma demanda elástica que trabalha com preço variável no tempo. Isto faz com que a demanda em qualquer tempo seja uma função não somente de preços de um dado período mas também de preços de outros períodos, ou seja, o preço inter-temporal depende da demanda que está diretamente ligada a teoria dinâmica da tarifa e ao mercado a curto prazo (*Pool*).

(FANG e DAVID, 1999) propõem um modelo não linear de otimização onde os participantes fornecem além de dados usuais para o estabelecimento da transação de potência ativa, dados sobre disposição a pagar a fim de se evitar cortes em suas transações, estabelecendo estratégias para contratos individuais ou em grupo. O trabalho, portanto, introduz a idéia de se pagar a fim de se evitar ou diminuir cortes nos valores contratados, idéia esta que pode ser utilizada com bons resultados em um modelo *pool*-bilateral.

(HUNEAULT, GALIANA GROSS, 1999) apresentam uma abordagem histórica sobre o setor elétrico em que alguns países como: Inglaterra, Chile e Noruega foram os pioneiros nesta reestruturação do setor elétrico. As principais mudanças estruturais nesse processo de reestruturação, que buscava lucros altos e preços baixos, foram: abertura do mercado de energia, livre acesso aberto a rede elétrica e desagregação dos serviços elétricos. Dentro do processo de mudanças surgiram órgãos para coordenação das operações de rede e para regulação. Já a abertura de mercados a varejo, nos quais consumidores comprem de concorrentes constituiu uma segunda etapa à liberação de comércio de energia

Segundo (HUNEAULT, GALIANA GROSS, 1999), a reestruturação trouxe a redefinição das obrigações, regras e práticas da indústria tradicional. Por exemplo, o regulador deve aprovar tarifas, criar normas para participação, definir as responsabilidades, riscos e benefícios para os consumidores, impor limitações nas porções regulamentadas da indústria e medidas durante o período de transição. Quanto a filosofia operacional dos mercados de eletricidade, são identificáveis 2 tipos básicos: *pool*, definido como uma troca de potência compulsória nos quais todas as transações devem ser submetidas a análise e aprovação e *pool*-bilateral, combinação intermediária entre um mercado *pool* e com trocas de potência através de transações. O modelo *pool*-bilateral enfrenta dificuldades resultantes da desagregação dos custos dos serviços ancilares e dos custos de transmissão entre os usuários do mercado, ou seja, entre o *pool* e transações de potência.

(DEKRAJANPETCH e SHEBLE, 2000) modelam um problema de otimização cuja função objetivo é minimizar a diferença entre os custos de produção representados pelas ofertas de preços de vendedores e os benefícios representados pelas ofertas de disposição a pagar dos compradores de potência ativa.

Em (PADHY, SOOD e KUMAR, 2002) foi proposto um modelo híbrido para análise de congestionamento de modelos competitivos com transações de potência ativa e reativa. O modelo híbrido despacha transações bilaterais ou multilaterais e reduz a carga, quando necessário, em dois estágios. No primeiro estágio, o gradiente clássico do algoritmo do FPO foi usado para determinar o conjunto de possíveis estratégias de redução de carga para uma quantidade de transações de potência ativa e reativa. No segundo estágio foi utilizado Lógica Fuzzy que se resume a combinações de regras (valores fuzzy x graus relativos), visando a selecionar uma estratégia ótima de transação considerando um aumento

na transação de potência do participante, tendo como objetivo um lucro no custo de geração gerenciado pelas variáveis fuzzy.

Um mercado reestruturado envolve um número grande de transações de potência que devem ser monitoradas e restringidas pela capacidade da rede de transmissão. (SINGH e SRIVASTAVA, 2002) propõem uma técnica de redução de rede estática a fim de reduzir o tamanho de sistema, permitindo uma avaliação das transações de potência de um modo fácil e rápido.

Em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a) é apresentado um modelo de despacho ótimo de potência derivado a partir da representação dos usuários da rede elétrica como fontes de corrente ideais. No modelo, um usuário pode ser: uma transação de potência bilateral ou multilateral, uma empresa de energia elétrica, um dado gerador ou consumidor, ou uma entidade central (*pool*) responsável pelo comércio de energia. A cada usuário são associados um vetor de tensões de barra e um vetor de injeções de corrente. Um conjunto de equações de balanço de potência é então montado para cada usuário com base nesses vetores. Para tanto, as injeções de potência de cada usuário são expressas em função das tensões de barra e das próprias injeções de corrente dos usuários. As equações de balanço de potência são introduzidas em um modelo de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), cuja função objetivo pode ser a minimização de perdas, de custos de geração, desvios das transações em relação aos valores acordados e desvios de tensões. Esse modelo de FPO é de alta ordem, mesmo para sistemas com relativamente poucas barras, e é o que mais detalha o comportamento dos usuários na operação de mercado competitivos.

(GALIANA, KOCKAR e FRANCO, 2002) questionam sobre a proporção ideal entre contratos bilaterais e mercado *pool* utilizando-se dos resultados de geração e preços nodais. Os resultados salientam a importância de se estudar combinações ideais entre carregamentos de *pool* e de contratos que evitem congestionamentos, perdas de transmissão e altos preços nodais.

Finalmente, (KOCKAR e GALIANA, 2002) propõem um mercado para cortes das transações de risco, ou seja, das transações que provocam congestionamentos, onde as transações firmes e não-firmes fornecem lances para reduções ou não dos valores de seus contratos, respectivamente. Com esta opção de lances, obtém-se transparência para se alterar valores de contratos que possam viabilizar uma diminuição de altos custos devido ao mau uso da rede.

Dentre os trabalhos descritos, salienta-se o modelo FPO apresentado em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a), por ser o único a representar os usuários no despacho de geração e por ser seus resultados facilmente aplicáveis na alocação de serviços de transmissão. No entanto, como mencionado, esse modelo é de alta ordem, e de elevado tempo computacional para sua resolução, tornando-o eficiente apenas para estudos *off-line*. Assim, propõe-se inicialmente, neste trabalho, o uso de um modelo mais simplificado para posterior realização das alocações de perdas e fluxos de potência. Este modelo tem uma formulação similar àquela do FPO convencional e pode ser visto como uma extensão do modelo apresentado por (GALIANA e ILIC, 1996), no qual são consideradas as restrições de balanço de potência ativa e reativa das barras ao invés das equações linearizadas do modelo da rede DC. Esse melhor detalhamento se deve ao fato de se estar interessado em alocação de perdas e fluxos que dependem diretamente dos níveis de tensão nas barras do sistema elétrico.

Assim, o primeiro objetivo do presente trabalho é implementar um modelo de despacho de geração de transações baseado em (GALIANA e ILIC, 1996), porém, com a representação das equações completas de balanço de potência ativa e reativa, aplicáveis para modelos *pool* e *pool*-bilateral, a ser denominado Modelo Simplificado de Despacho de Geração, e comparar os resultados com os obtidos pelo modelo detalhado para representação das transações como proposto em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a), denominado Modelo Completo de Despacho de Geração. Na sequência, os resultados da modelagem simplificada serão aplicados às metodologias para alocação de fluxos, perdas e custos utilizados em (FERNANDES, 2005), a fim de compará-los com os obtidos pelo Modelo Completo.

2.3 Alocação de Fluxo de Potência

Em sistemas de transmissão de energia elétrica, a injeção em um ponto e a sua retirada em um outro ponto qualquer induz fluxos que podem percorrer todas as linhas da rede, não sendo possível estabelecer, a priori, uma rota a ser percorrida por esses fluxos.

Com a introdução de competição na indústria de energia elétrica, a questão relacionada ao uso do sistema de transmissão por cada participante deve ser devidamente

solucionada para que haja adequada distribuição de custos associados ao serviço de transmissão. Várias metodologias têm sido propostas para se responder a esta questão, todas elas almejando clareza, justiça e recuperação plena dos custos.

Os métodos heurísticos foram os primeiros a surgir como o de (KIRSCHEN, ALLAN e STRBAC, 1997) baseados na teoria de grafos e no conceito de proporcionalidade dos fluxos segundo as cargas nas barras. A questão que se levanta a respeito de métodos desta natureza reside no fato de se poder provar ou não o conceito de proporcionalidade e que o mesmo apenas parece razoável.

Um dos mais importantes trabalhos sobre alocação de fluxos e perdas de potência ativa entre as transações é o de (ZOBIAN e ILIC, 1997). Nesse trabalho, eles sugerem um esquema de barras de folga distribuídas. Utilizando-se as relações entre injeções de correntes e tensões nodais, são deduzidas expressões onde as injeções de corrente das barras de folga são colocadas em função das injeções de corrente por transação. As somas destes valores por transação são chamadas de correntes de desbalanço. Esse desbalanço, causado por cada transação, é compensado mediante a alocação deste entre as diferentes barras de folga através de fatores de participação do Fluxo de Potência. De posse das injeções de corrente das barras de folga por transação, calculam-se as tensões nodais das barras de folga por transação e conseqüentemente, é possível se obter as correntes \dot{I}_{im}^k que fluem pelos ramos $i-m$ causadas pela transação individual k . Com o valor das correntes em cada ramo, o cálculo dos fluxos para cada transação Pl_{im}^k é feito supondo que a divisão dos mesmos tem por base as correntes de cada transação e a tensão total do sistema \dot{V}^{tot} , ou seja:

$$Pl_{im}^k = real [\dot{V}_i^{tot} \cdot (\dot{I}_{im}^k)^*] \quad (2.1)$$

Concluindo, (ZOBIAN e ILIC, 1997) alocam fluxos pelas linhas de acordo com a tensão total do sistema e as correntes individualizadas (equação 2.1). O mesmo critério de alocação foi utilizado em (FERNANDES e ALMEIDA, 2002) e (FERNANDES, 2005) e que será aplicado nesse trabalho, pela utilização do Modelo Simplificado para Despacho de Geração.

2.4 Alocação de Perdas

O transporte da potência pela rede de transmissão provoca perdas de energia que devem ser alocadas entre os usuários do sistema. No entanto, a proposição de uma metodologia de alocação justa e aceitável por todos os usuários não é tarefa trivial porque as perdas são expressas em uma função não separável, de difícil divisão entre os usuários da rede elétrica e utilizando-se sempre de um certo grau de arbitrariedade.

A literatura apresenta várias metodologias para cálculo de perdas aplicáveis para modelos *pool*, bilateral e *pool-bilateral*. Já que o foco do trabalho é para modelo bilateral e *pool-bilateral*, serão relatadas apenas formulações para esses modelos.

2.4.1 Alocação de Perdas no mercado Bilateral

Para mercado bilateral, salienta-se, novamente, o trabalho de (ZOBAN e ILIC, 1997), que a partir dos fluxos por transações (equação 2.1), calcula as perdas por transações de forma trivial.

No trabalho de (GROSS e TAO, 2000) é apresentado uma metodologia para alocação de perdas entre transações utilizando o modelo linearizado, ou seja, utilizando as suposições simplificadoras, tais como: perfil de tensão igual a 1,0 pu em todas as barras e diferença angular entre as barras dos elementos de transmissão aproximadamente igual a zero. Assim, supondo um modelo com ntr transações de potência e que se conhece cada uma das ntr injeções de potência por transação \mathbf{P}^k , de modo que o vetor de injeção de potência total \mathbf{P} seja igual ao somatório dos vetores de injeção de potência, então:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + \mathbf{P}^2 + \dots + \mathbf{P}^{ntr} \quad (2.2)$$

Utilizando o fluxo de carga linear, o vetor de injeção de potência total, $\hat{\mathbf{P}}$, com exceção da barra de referência é:

$$\hat{\mathbf{P}} = -\hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.3)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é o vetor dos ângulos das barras com exceção da barra de referência, $\hat{\mathbf{B}}$ é uma submatriz de dimensão $(nb-1) \times (nb-1)$ oriunda da matriz de susceptância \mathbf{B} e nb é o número de barras.

Considerando que o vetor de injeção de potência total $\hat{\mathbf{P}}$ é também formado pelo somatório dos ntr vetores de injeção por transação $\hat{\mathbf{P}}^k$, ou seja, ntr vetores de dimensão $(nb-1)$, onde a barra de referência é retirada, tem-se que:

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{P}}^1 + \hat{\mathbf{P}}^2 + \dots + \hat{\mathbf{P}}^{ntr} \quad (2.4)$$

Substituindo a equação (2.4) em (2.3):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = -(\hat{\mathbf{B}})^{-1} \cdot [\hat{\mathbf{P}}^1 + \hat{\mathbf{P}}^2 + \dots + \hat{\mathbf{P}}^{ntr}] \quad (2.5)$$

Alocando os ângulos das barras entre as transações obtém-se que:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^k = -(\hat{\mathbf{B}})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{P}}^k \quad (2.6)$$

De modo que,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^1 + \hat{\boldsymbol{\theta}}^2 + \dots + \hat{\boldsymbol{\theta}}^k \quad (2.7)$$

Assim, conhecendo-se os ângulos alocados por transações podem-se calcular as perdas alocadas por transação utilizando-se de conhecidas fórmulas linearizadas para cálculo de perdas.

2.4.2 Alocação de Perdas no mercado *Pool* -Bilateral

Para mercado *pool*-bilateral, (BERIZZI, BOVO e MARANNINO, 2001) utilizam a idéia básica contida em (ZOBIAN e ILIC, 1997), sendo que o mercado *pool* é tratado como uma transação multilateral que envolve geração e carga em várias barras. Nesse trabalho, as perdas são decompostas em duas parcelas: uma atribuída apenas ao efeito da transação (perda própria) e outra atribuída ao efeito da interação entre as mesmas (perda mútua). A alocação das perdas ativas é realizada utilizando-se apenas a primeira parcela e desconsiderando-se a segunda, assim a soma das alocações entre os usuários não é igual à perda total.

(HUANG e ZHANG, 2001) propõem o cálculo das perdas de transmissão baseado nos fluxos alocados nas linhas a partir do valor integral da injeção de corrente por transação $\dot{\mathbf{I}}^k$, a mesma é decomposta em suas partes real e imaginária. A primeira como componente da potência ativa $\mathbf{I}_{real}^k = real(\dot{\mathbf{I}}^k)$ e a segunda, como componente da potência reativa $\mathbf{I}_{imag}^k = imag(\dot{\mathbf{I}}^k)$. Através das partes real e imaginária calculam-se os valores das tensões

por transação \dot{V}_{real}^k e \dot{V}_{imag}^k , respectivamente. A alocação dos fluxos por transação devido à parte ativa é feita baseando-se nos valores das tensões por transação mais o valor \dot{V}_{imag}^k :

$$(PI_{im}^{real})^k = real \left[(\dot{V}_{real_i}^k + \dot{V}_{imag_i}^k) \cdot (I_{real}^{tot})_{im}^* \right] \quad (2.8)$$

De posse dos fluxos de potência ativa por transação, as perdas por transação são introduzidas no fluxo de potência de tal modo que cada transação despache sua própria perda.

A idéia de se alocar perdas de acordo com a tensão total do sistema e as correntes individualizadas, utilizada em (ZOBIAN e ILIC, 1997), é também utilizada por (FERNANDES, 2005) com resultados satisfatórios.

No trabalho de (CONEJO, GALIANA e KOCKAR, 2001), é apresentado um procedimento para alocação de perdas a geradores e cargas a partir da matriz **Z**-barra. A expressão das perdas totais é separada matematicamente e intuitivamente em duas parcelas, sendo que uma delas se anula, ficando a expressão de perdas equacionada apenas em função do vetor de injeções de corrente, $\dot{\mathbf{I}}$, e da matriz resistência de barra, **R**:

$$\mathbf{Pperda}_Z = real\{diag(\dot{\mathbf{I}}^*) \cdot \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{I}}\} \quad (2.9)$$

sendo que $diag(\dot{\mathbf{I}})$ representa uma matriz quadrada cuja diagonal principal é o vetor $\dot{\mathbf{I}}$ e o vetor \mathbf{Pperda}_Z fornece a quantidade de perdas alocada por barra do sistema. A soma dos elementos de \mathbf{Pperda}_Z , fornece exatamente o valor de perda total do sistema.

Como esse método é de fácil implementação e apresenta bons resultados, ele foi aplicado por (FERNANDES, 2005) para a alocação de perdas entre usuários utilizando-se os valores das injeções de corrente por participante, disponíveis na solução ótima do problema de FPO para despacho e transações (FERNANDES e ALMEIDA, 2002). Ou seja, a equação (2.9) foi reescrita em função das injeções de corrente por participante da rede elétrica:

$$\mathbf{Pperda}_Z = real\{diag[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^1 + \dots \dot{\mathbf{I}}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}^{pool})]\} \quad (2.10)$$

E, a perda por participante k alocada por barra foi escrita como:

$$\mathbf{Pperda}_Z^k = real\{diag[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^k)]\} \quad (2.11)$$

Somando-se os elementos do vetor \mathbf{Pperda}_z^k , obtém-se a perda total de potência ativa provocada pelo participante k :

$$Perda_z^k = \sum_{i=1}^{nb} (Pperda_z)_i^k \quad (2.12)$$

Tal como para alocação de fluxos, as metodologias apresentadas em (FERNANDES, 2005) para alocação de perdas por usuários serão utilizadas nesse trabalho a fim de comparar os resultados obtidos entre a modelagem completa das transações (FERNANDES e ALMEIDA, 2002) e a mais simplificada (GALIANA e ILIC, 1996) a ser implementada nesse trabalho.

2.5 Alocação de Custos de Transmissão

Outro problema que surgiu com o advento da competição no sistema elétrico foi a questão de como se ratear os custos de transmissão do sistema e os reforços para expansão entre os usuários do mesmo.

Um dos primeiros trabalhos neste sentido foi proposto por (CARAMANIS, BOHN e SCHWEPPE, 1986) visando obter o custo de transporte de energia advinda de uma empresa A para uma empresa B, utilizando uma empresa C (*wheeling cost*). O custo desse transporte está baseado nos custos marginais de operação entre a barra A e B, sendo que os mesmos englobam as perdas, congestionamento e restrições de tensão. Assim, na ótica marginalista, um gerador na barra A que gera Pg_A , “vende” este valor pelo custo marginal da barra A (CM_A), ou seja, por $CM_A \cdot Pg_A$ e a carga da barra B que consome Pd_B , “compra” este valor pelo custo marginal (CM_B), ou seja, por $CM_B \cdot Pd_B$. A transmissão, portanto, recebe a diferença entre os valores de compra e venda.

A partir de então, muitos métodos têm sido propostos para se obter os custos de transmissão, os quais, segundo MOON et. al, (1998) podem ser divididos em duas categorias:

- custos embutidos ou fixos, provenientes do custo de investimento em linhas de transmissão, custos associadas ao controle automático de geração e frequência (ACG) e dos equipamentos para controle instalados em linhas e subestações;

- custos operacionais, que surgem para a viabilização da operação, tais como o custo relativo a perdas de transmissão e re-despachos necessários a fim de se remanejar eventuais congestionamentos na rede.

Os principais trabalhos propostos para discriminação desses custos entre os usuários da rede para um sistema operando sob um modelo bilateral ou *pool*-bilateral são os seguintes:

- (MOON e colaboradores, 1998), onde se propõe um método para alocar custos fixos entre as transações proporcionalmente à razão incremental dos fluxos de potência causados por cada um deles em uma determinada linha de transmissão;

- (BIALEK, 1996; KIRSCHEN, ALLAN e STRBAC, 1997; ZOBIAN e ILIC, 1997) que apresentam metodologias para alocação dos custos fixos baseadas na decomposição do fluxo de potência entre os vários participantes do sistema;

- (SINGH, HAO e PAPALEXOPOULOS, 1998) onde são apresentados métodos para alocar custos fixos para mercados *pool* e bilateral, e, além disso, é feita uma análise sobre o problema do congestionamento, enfatizando que a sua contribuição ao custo de transmissão de cada transação necessita ser apropriadamente considerado; e

- (FRANCO, KOCKAR e GALIANA, 2002) no qual é apresentado um procedimento para desagregar os custos operacionais. O procedimento reside em se incrementar os valores de contratos de zero até o valor final. A cada instante, os serviços que se desejam separar, tais como perdas e congestionamentos, são calculados através de simulação de um novo FPO. Ao final, somam-se os respectivos serviços incrementais, obtendo-se o valor total de cada um deles por transação. Este procedimento permite que cada agente, uma vez que conheça seus custos, os utilize no melhoramento de suas futuras transações.

- (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^b) onde é feito um estudo sobre o impacto das restrições físicas e operacionais do sistema sobre os custos fixos de transmissão das transações, utilizando o método apresentado em (ZOBIAN e ILIC, 1997), e sobre os custos operacionais das transações utilizando a metodologia marginal, tal como usada por (ARRIAGA et al., 1995).

Tal qual feito em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^b), a análise será repetida pela formulação simplificada para despacho de geração, implementada nessa dissertação.

2.6 Fluxo de Potência Ótimo

Como já mencionado, um dos objetivos do trabalho é o desenvolvimento de um modelo de despacho de geração para modelo *pool*-bilateral formulado conforme (GALIANA e ILIC, 1996). Esse modelo é um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) cuja função objetivo é a minimização do desvio das transações propostas para modelo bilateral ou *pool*-bilateral.

O Fluxo de Potência Ótimo, geralmente, é apresentado como um problema de otimização, onde se procura maximizar ou minimizar um índice de desempenho, atendendo simultaneamente a um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade. Normalmente, as variáveis de otimização de um FPO são magnitudes e ângulos de tensão e potência ativa e reativa geradas nas barras de geração. A função objetivo pode representar vários critérios de desempenho de um sistema de potência, tais como: mínimo custo de geração de potência ativa, mínimo desvio de uma distribuição de potência ativa pré-especificada, mínima perda de potência ativa, mínimo desvio de tensão de um valor pré-especificado e outros. As restrições de igualdade incluem as equações de balanços de potência ativa e reativa que configuram o problema de fluxo de carga. E, as restrições de desigualdade levam em conta limites físicos dos componentes do sistema elétrico e limites operacionais, impostos por questões de segurança e qualidade.

Existem inúmeros trabalhos publicados na literatura desde a década de sessenta até hoje que apresentam novas técnicas de otimização aplicadas ao problema de FPO e diferem entre si basicamente pelas direções de busca ao ponto ótimo. Dentre elas, salienta-se os bons resultados obtidos pela aplicação dos métodos de pontos interiores na solução do problema de FPO que motivaram a utilização do mesmo no presente trabalho.

Desde 1984, com a introdução por Karmarkar do algoritmo polinomial para problema de Programação Linear, o Método dos Pontos Interiores (PI) tem sido largamente utilizado na solução numérica de Fluxo de Potência Ótimo. A idéia intuitiva dos métodos de pontos interiores consiste em buscar a solução ótima reduzindo a função objetivo, no caso de minimização, mantendo a busca no interior da região delimitada pelas restrições (CARVALHO, 1999). Para tanto, se baseiam em transformar as restrições de desigualdades em igualdade, por meio da introdução de variáveis de folga não-negativas, e adicionar uma função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis de folga.

Em (QUINTANA, TORRES e PALOMO, 2000), é apresentada uma revisão das publicações feitas a respeito da teoria de Pontos Interiores, sendo os principais pontos os seguintes: (i) a idéia de Pontos Interiores já era conhecida desde a década de sessenta, quando (FIACCO e McCORMICK, 1968) propuseram um método para programação não-linear no qual as restrições de desigualdades eram penalizadas por uma função barreira logarítmica, (ii) (KARMARKAR, 1984) introduziu um novo Método de Pontos Interiores para programação linear com resultados até 50 vezes mais rápidos que o Método Simplex e várias extensões deste método têm sido propostas ao longo dos dez últimos anos: algoritmos propostos por (GONZAGA, 1992), onde a busca é uma combinação da direção de redução de custo com a direção de centralização, algoritmo de (MEHROTRA, 1992) que incorpora a técnica de predição e correção, e muitos outros.

Os algoritmos desenvolvidos para a resolução do problema do FPO com base nos métodos de pontos interiores podem ser classificados em dois grandes grupos. O primeiro grupo é composto pelos trabalhos que adotaram no FPO os métodos de PI desenvolvidos para otimização linear ou quadrática, utilizando para tanto aproximações lineares ou quadráticas sucessivas (VARGAS, QUINTANA e VANNELI, 1993; MOMOH, GUO e ADAPA, 1994). O segundo grupo é composto pelos trabalhos que aplicam os métodos de PI diretamente ao problema de FPO não linear (GRANVILLE, 1994 e WU, DEBS e MARSTEN, 1994).

Dentro de segundo grupo salienta-se o trabalho de (GRANVILLE, 1992) que aplica o Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual no Despacho Ótimo de Potência Reativa (DOPR). O DOPR é um caso particular do FPO onde os controles ativos (potência ativa gerada) são fixados. Todo o controle e otimização é feito para a potência reativa, nível de tensão para geradores, condensadores síncronos e sistemas var estáticos, objetivando a correção do perfil de tensão da rede, minimização das perdas de potência ativa, maximização da reserva reativa e minimização do custo de injeção de reativo. As restrições de igualdade do problema correspondem ao modelo de fluxo de potência não linear e as restrições de desigualdade são limites operacionais.

Como comentário geral sobre as aplicações de técnicas de otimização podemos dizer que a exatidão matemática é ter, em geral, uma fundamentação matemática aceitável, além de desempenho computacional que também depende de fatores como uma estrutura de dados bem desenhada.

2.7 Considerações finais

Este capítulo apresentou um resumo do estado da arte relacionado aos diversos problemas oriundos da reestruturação do setor elétrico, tais como: despacho de geração e alocação dos serviços entre os usuários de modelos competitivos.

Em relação ao despacho de geração para modelos competitivos (*pool-* bilateral), foi dada ênfase às metodologias propostas em (GALIANA e ILIC, 1996) e (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a), que são chamadas de Modelo Simplificado e Completo para Despacho de Geração, respectivamente. Os resultados obtidos por esses modelos são objetos de análise no presente trabalho, a fim de se avaliar o desempenho do modelo simplificado frente ao completo, sendo que para tal foi necessária a implementação computacional do modelo simplificado, cuja formulação matemática é apresentada no capítulo a seguir.

Quanto às questões relacionadas à alocação de perdas, fluxos e custos de transmissão salientou-se o trabalho de (FERNANDES, 2004), inspirado, por sua vez no de (ZOBAN e ILIC, 1997), ou seja, salientou-se a estratégia de se desagregar os serviços conforme as injeções de corrente provocadas individualmente por cada usuário da rede. Esta filosofia de alocação será utilizada nos resultados obtidos pelos Modelos Simplificado e Completo de Despacho de Geração a fim de compará-los e examinar a eficiência de se utilizar os resultados do modelo simplificado para alocação de serviços de transmissão em detrimento dos resultados obtidos pelo modelo mais complexo que é o MCDG.

Foi também dada ênfase à conceituação do FPO e às principais técnicas utilizadas para sua resolução, salientando o Método dos Pontos Interiores, a ser utilizado na resolução do FPO formulado no Modelo Simplificado para Despacho de Geração.

CAPÍTULO III

Modelos para Despacho de Geração

3.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar as formulações matemáticas: (i) de um despacho ótimo de geração cuja função objetivo é minimizar o desvio das transações propostas (modelo competitivo), utilizando-se das equações convencionais de balanço de potência ativa e reativa a ser denominado de Modelo Simplificado de Despacho de Geração (MSDG) e (ii) do despacho ótimo de geração apresentado em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003^a), cuja função objetivo é, também, minimizar o desvio das transações propostas, mas com detalhamento da influência das transações pela representação das mesmas como fontes de corrente através do TS. Esse detalhamento faz uma abordagem mais completa do impacto dos usuários na operação sendo, portanto, denominado de Modelo Completo de Despacho de Geração.

Apesar de, cronologicamente, o modelo completo já estar devidamente descrito e analisado na literatura, o modelo simplificado será primeiramente descrito por se tratar de uma representação mais simples e conhecida e que permite, que, conceitos básicos da modelagem de transações sejam introduzidos, facilitando o entendimento do modelo mais completo. Assim, por questões didáticas, optou-se por primeiro descrever o modelo simplificado e na sequência o modelo completo.

Inicialmente, fez-se necessário definir quais são os *usuários* ou *participantes* desses mercados bilateral e *pool*-bilateral. A definição utilizada é a mesma estabelecida em (FERNANDES, 2004). Assim, os usuários podem ter associações de geração-carga como segue:

(i) Transações de Potência, que possibilitam a negociação livre dos consumidores com geradores e distribuidores. Os tipos de transações a serem utilizadas são: bilaterais e multilaterais (FANG e DAVID, 1999), sendo que uma transação bilateral é um arranjo feito

diretamente entre uma unidade geradora e uma unidade distribuidora de energia e uma transação multilateral é um arranjo contratual que envolve mais do que duas entidades;

(ii) *Pool*, que se caracteriza pelo mercado de curto prazo.

(iii) Diferentes empresas de energia, cada uma com um conjunto de barras de geração e de carga, conectadas à rede elétrica. A modelagem dessas empresas é idêntica à adotada para transações multilaterais de potência.

A fim de se considerar especificidades nas modelagens a serem apresentadas nas próximas seções, consideram-se que as transações bilaterais, multilaterais ou empresas concessionárias totalizam ntr usuários, mais o mercado *pool* (quando o mesmo for considerado).

3.2 Modelo Simplificado para Despacho de Geração (MSDG)

3.2.1 Representação das Variáveis de Otimização do Problema Simplificado

As variáveis comumente utilizadas para análise de um sistema elétrico de potência com nb barras são:

a) Potência absorvida pela carga total de cada barra i :

$$\dot{S}d_i^{tot} = Pd_i^{tot} + j Qd_i^{tot} \quad i=1, \dots, nb \quad (3.1)$$

onde

$\dot{S}d_i^{tot}$: demanda de potência complexa na barra i ;

Pd_i^{tot} : demanda de potência ativa na barra i ;

Qd_i^{tot} : demanda de potência reativa na barra i .

b) Potência total gerada em cada barra i :

$$\dot{S}g_i^{tot} = Pg_i^{tot} + j Qg_i^{tot} \quad i=1, \dots, nb \quad (3.2)$$

onde:

$\dot{S}g_i^{tot}$: geração de potência complexa na barra i ;

Pg_i^{tot} : geração de potência ativa na barra i ;

Qg_i^{tot} : geração de potência reativa na barra i .

Sendo que, da Teoria de Circuitos sabe-se que:

$$Sg_i^{tot} - Sd_i^{tot} = S_i^{tot} = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_i^{tot})^* \quad i=1, \dots, nb \quad (3.3)$$

onde

\dot{S}_i^{tot} : injeção de potência complexa na barra i ;

\dot{I}_i^{tot} : injeção de corrente na barra i ;

\dot{V}_i^{tot} : tensão na barra i .

Considerando-se todas as nb barras, pode-se representar a equação (3.3) na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \quad (3.4)$$

onde

$\dot{\mathbf{S}}^{tot}$: vetor de injeção de potência complexa com dimensão $(nb \times 1)$;

$\dot{\mathbf{V}}^{tot}$: vetor de tensão total com dimensão $(nb \times 1)$;

$diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot})$: representa uma matriz diagonal formada a partir do vetor $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$;

$\dot{\mathbf{I}}^{tot}$: vetor de injeção de corrente com dimensão $(nb \times 1)$.

Considerando que

$$\dot{\mathbf{I}}^{tot} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot} \quad (3.5)$$

onde

$\dot{\mathbf{Y}}$: matriz de admitância de barra do sistema.

Tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \quad (3.6)$$

Assim, o problema simplificado de despacho ótimo de potência proposto é baseado nas equações de balanço de potência (3.6), bem como as variáveis **Pg**, **Qg**, **Pd**, **Qd**, **V** e **θ**, a seguir definidas.

A representação utilizada para as variáveis **Pg**, **Qg**, **Pd**, **Qd** é a mesma a ser utilizada pelo modelo completo (FERNANDES, 2004). Para defini-los, supõe-se um sistema elétrico de nb barras composto por ntr transações de potência e um mercado de curto prazo (*pool*), ou seja, $(ntr+1)$ usuários:

(i) **Pg** é um vetor de geração de potência ativa de dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$ que contempla o valor de geração de potência ativa por barra e por usuário. A sua estrutura básica é a seguinte:

$$\mathbf{Pg} = \begin{bmatrix} Pg_1^1 \\ \vdots \\ Pg_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pg_1^{ntr} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{ntr} \\ Pg_1^{pool} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde a variável Pg_i^k representa o valor da geração de potência ativa despachada pelo usuário k (que compreende as ntr transações de potência e o *pool*) na barra i (que compreende as nb barras).

Assim, as nb primeiras posições do vetor \mathbf{Pg} contêm os valores despachados de potência ativa relativas ao usuário 1, que pode ser uma transação bilateral ou uma transação multilateral. As próximas nb posições se referem ao usuário 2 e assim sucessivamente até as últimas nb posições que se referem ao *pool*.

(ii) \mathbf{Qg} é um vetor de geração de potência reativa de dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$ que contempla o valor de geração de potência reativa por barra e por usuário. A sua estrutura básica é semelhante à \mathbf{Pg} :

$$\mathbf{Qg} = \begin{bmatrix} Qg_1^1 \\ \vdots \\ Qg_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qg_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{ntr} \\ Qg_1^{pool} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde a variável Qg_i^k representa o valor da geração de potência reativa despachada pelo usuário k (que compreende as ntr transações de potência e o $pool$) na barra i (que compreende as nb barras).

(iii) **Pd** é um vetor de demanda de potência ativa de dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$ que contempla o valor contratado de potência ativa por barra e por usuário. A sua estrutura básica é a seguinte:

$$\mathbf{Pd} = \begin{bmatrix} Pd_{11}^1 \\ \vdots \\ Pd_{nb1}^1 \\ \vdots \\ Pd_{1ntr}^{ntr} \\ \vdots \\ Pd_{nb ntr}^{ntr} \\ Pd_{1pool}^{pool} \\ \vdots \\ Pd_{nb pool}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde a variável Pd_i^k representa o valor da carga de potência ativa contratada pelo usuário k (que compreende as ntr transações de potência e o $pool$) na barra i (que compreende as nb barras).

(iv) **Qd** é um vetor de demanda de potência reativa de dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$ que contempla o valor contratado de potência reativa por barra e por usuário. A sua estrutura básica é a seguinte:

$$\mathbf{Qd} = \begin{bmatrix} Qd_{11}^1 \\ \vdots \\ Qd_{nb1}^1 \\ \vdots \\ Qd_{1ntr}^{ntr} \\ \vdots \\ Qd_{nb ntr}^{ntr} \\ Qd_{1pool}^{pool} \\ \vdots \\ Qd_{nb pool}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

onde a variável (Qd_i^k) representa o valor da carga de potência ativa contratada pelo usuário k (que compreende as ntr transações de potência e o $pool$) na barra i (que compreende as nb barras).

Com os vetores **Pg**, **Qg**, **Pd** e **Qd**, pode-se estabelecer as relações de injeção de potência ativa e reativa por usuário:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{P} + j\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \dot{S}_1^{ntr} \\ \vdots \\ S_{nb}^{ntr} \\ \dot{S}_1^{pool} \\ \vdots \\ S_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Pg_1^1 - Pd_1^1 + jQg_1^1 - jQd_1^1 \\ \vdots \\ Pg_{nb}^1 - Pd_{nb}^1 + jQg_{nb}^1 - jQd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pg_1^{ntr} - Pd_1^{ntr} + jQg_1^{ntr} - jQd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{ntr} - Pd_{nb}^{ntr} + jQg_{nb}^{ntr} - jQd_{nb}^{ntr} \\ Pg_1^{pool} - Pd_1^{pool} + jQg_1^{pool} - jQd_1^{pool} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{pool} - Pd_{nb}^{pool} + jQg_{nb}^{pool} - jQd_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

sendo

$\dot{\mathbf{S}}$: vetor de injeção de potência complexa englobando todos os participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

P: vetor de injeção de potência ativa englobando todos os participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

Q: vetor de injeção de potência reativa englobando todos os participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

Uma vez conhecido o vetor **Pg** que representa a potência ativa que deve ser gerada para cada transação e $pool$, é possível se obter o valor Pg_i^{tot} , que representa o valor total de geração ativa da barra i e que é obtido pela soma de todos os valores despachados por este gerador i para cada usuário k mais o $pool$. Assim,

$$Pg_i^{tot} = \sum_{k \in \Omega_i} Pg_i^k \quad i = 1, \dots, nb \quad (3.12)$$

onde

Pg_i^{tot} : valor de potência ativa total gerada pelo gerador i ;

Pg_i^k : valor de potência ativa fornecida pelo gerador i para o usuário k ;

Ω_i : conjunto dos participantes para os quais o gerador i fornece energia.

De maneira análoga, obtém-se Qg_i^{tot} que representa o valor total de geração reativa da barra i :

$$Qg_i^{tot} = \sum_{k \in \Omega_i} Qg_i^k \quad i = 1, \dots, nb \quad (3.13)$$

onde

Qg_i^{tot} : valor de potência reativa final gerada pelo gerador i ;

Qg_i^k : valor de potência reativa fornecida pelo gerador i para o usuário k ;

Para que se possa representar vetorialmente as equações (3.12) e (3.13) é necessário a introdução da matriz Γ , que substitui os somatórios indicados nas referidas equações:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & & 1 & & & \ddots & & 1 \\ & 1 & & & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \ddots & & & \\ & & & 1 & & & & \ddots & \\ & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & 1 & \ddots \\ & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde

Γ : matriz de dimensão $[nb \times nb(ntr+1)]$ composta por $(ntr+1)$ diagonais de valores unitários.

Assim,

$$\mathbf{Pg}^{tot} = \Gamma \cdot \mathbf{Pg} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{Qg}^{tot} = \Gamma \cdot \mathbf{Qg} \quad (3.16)$$

onde

\mathbf{Pg}^{tot} : vetor de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os valores de geração de potência ativa

\mathbf{Qg}^{tot} : vetor de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os valores de geração de potência reativa.

O vetor $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ é um vetor de tensão total com dimensão $(nb \times 1)$ que pode ser desmembrado para a forma polar como:

$$\dot{\mathbf{V}}^{tot} = diag(\mathbf{V}) \cdot e^{j\theta} \quad (3.17)$$

onde

\mathbf{V} : vetor de magnitude de tensão com dimensão $(nb \times 1)$

θ : vetor de ângulo de tensão com dimensão $(nb \times 1)$

3.2.2 Critérios de Otimização

As funções objetivos que podem ser usadas são as seguintes:

a) Minimização de Desvio de Transações Propostas (FERNANDES, 2004)

Trabalha-se com o desvio quadrático entre as transações propostas e as efetivamente despachadas. Esse desvio é definido tal como indicado a seguir.

(i) Transações Bilaterais

Considere a transação bilateral k entre o gerador i e a carga j . O desvio dessa transação bilateral proposta é igual a diferença entre o valor proposto (Pd_j^k , ou seja, valor contratado pela barra de carga j) e o despachado (Pg_i^k , valor gerado pela barra de geração i):

$$DC_k = peso_{Pk} \cdot [Pg_i^k - Pd_j^k]^2 + peso_{Qk} \cdot [Qg_i^k - Qd_j^k]^2 \quad (3.18)$$

onde

$peso_{Pk}$: valor que pondera o desvio da transação de potência ativa bilateral k .

$peso_{Qk}$: valor que pondera o desvio da transação de potência reativa bilateral k .

A utilização de pesos se refere à consideração ou não de transações de potência ativa e reativa. Por exemplo, para modelos onde existem apenas transações de potência ativa

utiliza-se $peso_{Pk} = 1$ e $peso_{Qk} = 0$. Para modelos onde se deseja despachar a parte ativa e reativa, utiliza-se $peso_{Pk} = 1$ e $peso_{Qk} = 1$.

(ii) Transações Multilaterais

Ao se trabalhar com transações multilaterais, os desvios entre as transações propostas e as despachadas é igual ao somatório da potência fornecida pelos geradores menos o somatório dos valores contratados pelas cargas que pertencem à transação. Isto é, para uma dada transação multilateral k :

$$DC_k = peso_{Pk} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{j \in \Omega d_k} Pd_j^k \right]^2 + peso_{Qk} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega g_k} Qg_i^k - \sum_{j \in \Omega d_k} Qd_j^k \right]^2 \quad (3.19)$$

onde

Ωg_k : conjunto dos geradores que suprem o usuário k , e

Ωd_k : conjunto das cargas do usuário k .

A fim de se equacionar o mínimo desvio de transações bilaterais e multilaterais de uma forma genérica e matricial, é necessário que se faça a definição de algumas matrizes de incidência, tais como:

Ug: matriz de dimensão $[ntr \times nb (ntr+1)]$ que faz a incidência transação-gerador, sendo que:

$$Ug(k,i) = \begin{cases} 1 & \text{se o gerador } i \in \text{à transação } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.20)$$

e

Ud: matriz de dimensão $[ntr \times nb (ntr+1)]$ que faz a incidência transação-carga, sendo que

$$Ud(k,i) = \begin{cases} 1 & \text{se a carga } i \in \text{à transação } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.21)$$

Então:

$$DC = \{ [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}]^T \cdot \mathbf{W}_{dp} \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}] + [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}]^T \cdot \mathbf{W}_{dq} \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}] \} \quad (3.22)$$

onde

\mathbf{W}_{dp} é uma matriz de dimensão $[nb \ ntr \times nb \ ntr]$ cuja diagonal é formada pela justaposição de ntr vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os valores de $peso_{pk}$.

\mathbf{W}_{dq} é uma matriz de dimensão $[nb \ ntr \times nb \ ntr]$ cuja diagonal é formada pela justaposição de ntr vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os valores de $peso_{Qk}$.

Para transações bilaterais, somente um elemento de cada linha de \mathbf{Ug} e \mathbf{Ud} é não nulo, para transações multilaterais, os elementos não-nulos correspondem aos geradores e cargas participantes da transação multilateral.

O critério Minimização de Desvio de Transações Propostas é utilizado isoladamente para mercados bilaterais. Para mercados *pool*-bilaterais, além de se especificar esse critério (a) é necessário se considerar um critério de otimização para o mercado de curto prazo que pode ser Minimização de Custos de Produção ou Minimização de Perdas.

b) Minimização de Custos de Produção (CG)

O custo de geração é modelado pela equação:

$$CG = w_c \cdot \sum_{i=1}^{nb} c_i (Pg_i^{tot}) = w_c \cdot \mathbf{c}(\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg}) \quad (3.23)$$

onde w_c é um peso indicador de minimização de custo de geração e,

$$\mathbf{c}(\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg}) = (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg})^T \cdot \mathbf{\Psi} \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg}) + \mathbf{bo}^T (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg}) + co \quad (3.24)$$

sendo $\mathbf{\Psi}$ a matriz diagonal formada pelos coeficientes quadráticos da função custo de geração; \mathbf{bo} vetor coluna formada pelos coeficientes lineares e co uma constante.

Os valores de coeficientes quadráticos e lineares podem ser os valores de custo de geração dos geradores ou lances que os mesmos ofertam ao operador do sistema, os quais podem ou não representar seus custos reais, dependendo da estratégia de mercado de cada empresa e do modelo operacional adotado.

c) Minimização de Perdas (LO)

As perdas são modeladas pela equação:

$$LO = w_p \cdot \sum_{i=1}^{nb} Pg_i^{tot} = w_p \cdot \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{Pg} \quad (3.25)$$

onde w_p é um peso indicador de minimização de perdas e, \mathbf{u} é um vetor coluna unitário com $[nb \times (ntr+1)]$ elementos.

Dessa forma, minimizam-se as perdas, minimizando-se a soma total de geração de potência ativa.

3.2.3 Restrições de Igualdade e de Desigualdade

a) Restrições de Igualdade

(i) Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa

As restrições de igualdade são as equações de balanço de potência ativa e reativa modeladas segundo a equação (3.26):

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = (\mathbf{Pg}^{tot} + j\mathbf{Qg}^{tot}) - (\mathbf{Pd}^{tot} + j\mathbf{Qd}^{tot}) = diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \quad (3.26)$$

Aplicando as equações (3.15) e (3.16) obtém-se:

$$\mathbf{\Gamma} \cdot (\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}) = real[diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^*] \quad (3.27)$$

$$\mathbf{\Gamma} \cdot (\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}) = imag[diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^*] \quad (3.28)$$

(ii) Representação do Ângulo de Referência

Uma barra *ref* é escolhida para ser referência angular. A referência é caracterizada por valor angular zero:

$$\theta_{ref} = 0 \quad (3.29)$$

b) Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas operacionais do sistema como enumeradas a seguir.

(i) Limites de geração

O somatório das potências ativa e reativa geradas pelas transações deve estar dentro dos limites dos geradores.

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (3.30)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Qg} \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (3.31)$$

onde

$\underline{\mathbf{gp}}$ e $\overline{\mathbf{gp}}$: vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência ativa, respectivamente;

$\underline{\mathbf{gq}}$ e $\overline{\mathbf{gq}}$: vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa.

(ii) Representação de Limites das Magnitudes de Tensão

A restrição que indica os limites na magnitude de tensão na barra *i* pode ser escrita como:

$$\underline{v_i} \leq V_i \leq \overline{v_i} \quad (3.32)$$

onde $\underline{v_i}$ e $\overline{v_i}$ correspondem aos valores mínimo e máximo de magnitude de tensão permitidos na barra *i*.

Para todas as barras, tem-se então:

$$\underline{\mathbf{v}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{v}} \quad (3.33)$$

onde $\underline{\mathbf{v}}$ e $\overline{\mathbf{v}}$ são vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites de magnitudes de tensão de barra ao quadrado.

(iii) Limites de Transações

Os valores de potência gerados para cada transação não possuem limites máximos, pois os mesmos já estão indiretamente contemplados nas restrições de limites operacionais de geração. Se os somatórios das transações relativas a um determinado gerador já estão limitados em um valor máximo, obviamente cada transação individualmente não ultrapassa este limite.

Para limites inferiores, deve-se levar em consideração alguns pontos: (i) as transações de potência ativa, cujos limites são valores positivos, devem ser limitadas quanto à não negatividade, pois caso contrário, algumas transações podem individualmente assumir valores negativos apesar da soma total das potências ativas geradas por cada transação estar dentro do limite mínimo positivo; (ii) os limites mínimos de potência reativa gerada por transação devem ser considerados, pois usualmente esses limites são valores negativos. Assim, apesar do somatório de potência reativa gerada pelas transações estar limitado, cada transação pode, individualmente, assumir valores menores que os mínimos permitidos. Ou seja, a potência reativa gerada por cada usuário pode assumir valores incoerentes fisicamente. Para evitar esse problema cada transação deve ser limitada quanto às restrições mínimas de potência reativa. Sendo assim, tem-se:

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Pg} \quad (3.34)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (3.35)$$

onde

$\underline{\mathbf{Qg}}$: vetor de dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$ contendo os limites mínimos de geração de potência reativa, composto da seguinte forma:

$$\underline{\mathbf{Qg}} = [\underline{\mathbf{gq}}^T \quad \dots \quad \dots \quad \underline{\mathbf{gq}}^T \quad \dots \quad \underline{\mathbf{gq}}^T]^T \quad (3.36)$$

3.2.4 Formulação Geral do Modelo Simplificado para Despacho de Geração

Tomando os critérios de despacho e restrições descritos anteriormente, o Modelo Simplificado para Despacho de Geração MSDG pode ser expresso da seguinte forma:

$$\min f.o \quad (3.37)$$

sujeito a

$$\Gamma \cdot (\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}) = \text{real}[\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^*] \quad (\lambda_{ps}) \quad (3.38)$$

$$\Gamma \cdot (\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}) = \text{imag}[\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^*] \quad (\lambda_{qs}) \quad (3.39)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (\lambda_d) \quad (3.40)$$

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (\underline{\pi_{gp}}, \overline{\pi_{gp}}) \quad (3.41)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{Qg} \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (\underline{\pi_{gq}}, \overline{\pi_{gq}}) \quad (3.42)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Pg} \quad (\pi_p) \quad (3.43)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (\underline{\pi_q}) \quad (3.44)$$

$$\underline{\mathbf{v}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{v}} \quad (\underline{\pi_v}, \overline{\pi_v}) \quad (3.45)$$

Quando se deseja trabalhar com mercado bilateral, opta-se pela função objetivo igual

a:

$$DC = \{ [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}]^T \cdot \mathbf{W}_{dp} \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}] + [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}]^T \cdot \mathbf{W}_{dq} \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}] \} \quad (3.46)$$

Quando se deseja trabalhar com mercado *pool*-bilateral, faz-se uma combinação dos critérios LO ou CG para despacho do mercado *pool*. Assim, se há interesse em se despachar a carga do *pool* com mínimo custo de geração, a função objetivo deve ser:

$$f.o. = DC + CG \quad (3.47)$$

ou, se há interesse em se despachar a carga do *pool* com mínima perda, a função objetivo deve ser:

$$f.o. = DC + LO \quad (3.48)$$

As variáveis colocadas entre parênteses à direita do problema MSDG correspondem aos multiplicadores de Lagrange, que são definidos como:

- λ_{ps} : multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa;
- λ_{qs} : multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência reativa;
- λ_d : multiplicador de Lagrange relacionado à barra de referência;
- $\underline{\pi_{gp}}, \overline{\pi_{gp}}$: multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de potência ativa gerada;
- $\underline{\pi_{gq}}, \overline{\pi_{gq}}$: multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de potência reativa gerada;
- $\underline{\pi_p}$: multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos de transação de potência ativa;
- $\underline{\pi_q}$: multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos de transação de potência reativa;
- $\underline{\pi_v}, \overline{\pi_v}$: multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de tensão.

3.3 Modelo Completo para Despacho de Geração (MCDG)

O ponto diferencial da modelagem simplificada para completa é quanto a representação das equações de balanço de potência. Na modelagem simplificada, como já descrito, as equações de balanço são as tradicionalmente conhecidas. Na modelagem completa, discriminam-se as injeções de corrente e as tensões criadas na rede elétrica por cada participante do sistema. Os valores individuais de corrente e tensão associados a cada usuário são definidos a partir da decomposição das equações que definem as injeções totais de potência em uma soma de injeções de potência por participante. Existem inúmeras maneiras de se fazer esta decomposição, sendo que a mais apropriada foi escolhida em (FERNANDES, 2004) que será a seguir, sucintamente descrita.

3.3.1 Representações das Equações de Balanço de Potência para Modelo Completo de Despacho de Geração

Em (FERNANDES, 2004), partindo-se da constatação que as injeções de potência de cada usuário definem injeções de corrente e criam tensões nas barras do sistema, pode-se associar a cada usuário um conjunto de fontes (geradores) e de dissipadores (cargas). No ponto de operação do sistema, com todos os usuários acoplados à rede, e supondo que se conheça o vetor de injeções de corrente de cada usuário, pode-se obter o vetor das tensões provocadas por cada um nas barras do sistema. Analogamente se observa que, conhecendo-se as tensões criadas por cada usuário nas barras, as correntes injetadas individualmente podem ser obtidas e as tensões e correntes totais são iguais à soma das tensões e correntes individuais.

Essas considerações podem e devem ser aplicadas na equação de balanço de potência, já descritas na equação (3.4). Relembrando:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \quad (3.49)$$

Associando a cada usuário k do sistema um vetor de injeções de corrente, $\dot{\mathbf{I}}^k$, e um vetor de tensões, $\dot{\mathbf{V}}^k$ e tendo em vista a relação linear entre as tensões e correntes injetadas na rede, pode-se reescrever (3.49) como:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{ntr} + \mathbf{V}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{I}}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}^{pool})^* \quad (3.50)$$

sendo $(ntr+1)$ o número de usuários do sistema.

Desenvolvendo a equação (3.50) obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}^{tot} = & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \dots + \\ & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \\ & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* \end{aligned} \quad (3.51)$$

Observa-se, na equação (3.51), que o vetor de injeções de potência é o resultado da soma de várias funções não lineares, definidas em termos das correntes e tensões associadas aos usuários do sistema. O vetor de injeção de potência nas barras $\dot{\mathbf{S}}^{tot}$ está expresso em função dos vetores $\dot{\mathbf{V}}^k$ e $\dot{\mathbf{I}}^k$. Esses vetores podem ser reagrupados, a fim de se estabelecer as

potências entre os $(ntr+1)$ usuários, de inúmeras maneiras. Entre tantas, consideram-se as duas seguintes:

$$\dot{S}^{tot} = diag(\dot{V}^1 + \dots + \dot{V}^{ntr} + \dot{V}^{pool}) \cdot (\dot{I}^1)^* + \dots + diag(\dot{V}^1 + \dots + \dot{V}^{ntr} + \dot{V}^{pool}) \cdot (\dot{I}^{pool})^* \quad (3.52)$$

ou,

$$\dot{S}^{tot} = diag(\dot{V}^1) \cdot (\dot{I}^1)^* + \dots + diag(\dot{V}^{ntr}) \cdot (\dot{I}^{ntr})^* + diag(\dot{V}^{pool}) \cdot (\dot{I}^{pool})^* \quad (3.53)$$

Observa-se que a primeira parcela da equação (3.52) está agrupada de acordo com as correntes injetadas pela primeira transação, enquanto que a última parcela está agrupada de acordo com as correntes injetadas pelo usuário *pool*. Tomando como base esse fato, pode-se associar cada uma das parcelas, respectivamente, a cada um dos participantes.

Já na equação (3.53), observa-se que os termos estão divididos de acordo com os valores de tensão de cada usuário. Uma divisão de potência total injetada também pode ser feita com base nessa propriedade.

Assim, as equações de balanço de potência para cada transação poderiam ser modeladas utilizando-se tanto a alocação das potências entre os usuários de acordo com as injeções de corrente (equação 3.52) quanto à alocação das potências entre os usuários de acordo com as tensões (equação 3.53).

Em (FERNANDES, 2004), foi realizado um estudo detalhado sobre a maneira mais adequada de modelar as transações, sendo que a melhor opção é a da equação (3.52), ou seja, alocação das potências entre os usuários de acordo com as injeções de corrente. Essa representação foi a escolhida, pois os resultados obtidos a partir da mesma condizem com o comportamento intuitivo que as alocações tanto de geração, perdas, fluxos e correntes devem obedecer. Por exemplo, considere uma linha 1-2 que interliga um gerador na barra 1 a uma carga e outro gerador na barra 2. Se houver uma transação do gerador 2 para a carga 2 é de se esperar intuitivamente que não haja circulação de corrente na linha 1-2 devido a essa transação. Esse resultado, ou seja, alocação de corrente na linha 1-2 devido a essa transação com valor praticamente igual a zero, é obtido pela alocação de potência de acordo com a injeção de corrente. Já para alocação de potência de acordo com as tensões, o resultado obtido para essa alocação é um valor maior que o próprio valor de corrente total circulante na linha (segundo resultados apresentados em (FERNANDES, 2004), o que é completamente incoerente.

Assim, utilizando-se a alocação com base nas injeções de corrente, para um determinado usuário k , a potência injetada depende da tensão final do sistema e da injeção de corrente referente àquele usuário:

$$\dot{\mathbf{S}}^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{\text{tot}}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^k)^* \quad (3.54)$$

onde

$\dot{\mathbf{S}}^k$: vetor de injeção de potência aparente referente ao usuário k com dimensão $(nb \times 1)$;

$\dot{\mathbf{I}}^k$: vetor de injeção de corrente referente ao usuário k com dimensão $(nb \times 1)$.

Para cada usuário k , a equação (3.54) pode ser associada a um circuito elétrico, descrito pela matriz $\dot{\mathbf{Y}}$ e por fontes de corrente nas barras pertencentes a esse usuário k . Por exemplo, uma transação bilateral que possui geração na barra i e carga na barra j , pode ser ilustrada através da Figura 3.1, sendo os demais usuários do sistema de transmissão representados por circuitos abertos.

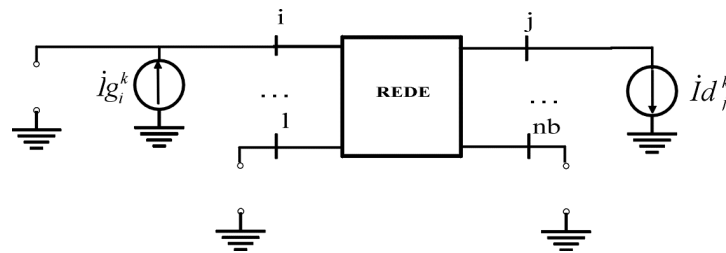


Figura 3.1 Representação do Usuário k por Fonte de Corrente Ideal

Portanto, cada usuário pode ser associado a um conjunto de fontes (geradores) e de dissipadores (cargas) desagregados a partir da idéia do Teorema da Superposição.

No ponto de operação do sistema, com todos os usuários acoplados à rede e conhecendo-se o vetor de injeções de corrente de cada usuário, pode-se obter o vetor das tensões provocadas por cada um nas barras do sistema, utilizando-se da Teoria de Circuitos ($\dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k, k = 1, \dots, ntr + 1$). Uma vez que a relação entre as tensões e as correntes injetadas nas barras é linear (supondo cargas como impedâncias constantes), a tensão total no sistema é igual à soma das tensões criadas por cada usuário separadamente e a soma das injeções individuais de corrente é igual à injeção total de corrente. Esta propriedade é demonstrada pelo Teorema da Superposição (Boylestd, 1997).

Para entender o significado de (3.54), considere a transação representada na Figura 3.1. No ponto real de operação do sistema, com todos os usuários conectados, as tensões de

barra, $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$, e as injeções totais de corrente, $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$, são obtidas pelo FPO. O vetor das injeções de corrente associadas à transação, $\dot{\mathbf{I}}^k$, é obtido a partir de $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$ tomando-se as injeções de corrente nas barras i e j apenas (ou seja, os demais componentes de $\dot{\mathbf{I}}^k$ são nulos). O vetor $\dot{\mathbf{V}}^k$ é composto pelas tensões definidas na rede quando apenas as injeções das barras i e j são consideradas. Deve-se notar que $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$ (e, portanto, $\dot{\mathbf{I}}^k$) foram obtidas com todos os usuários na rede, de modo a suprir a potência total. Portanto, $\dot{\mathbf{I}}^k$ e $\dot{\mathbf{V}}^k$ não são iguais às correntes e tensões existentes quando há apenas a transação k na rede. Esses vetores podem ser interpretados como sendo as tensões e correntes associadas ao usuário k na presença dos demais usuários no sistema, de forma que a potência consumida dependa das tensões das barras onde o usuário está conectado e às suas próprias injeções de corrente.

Assim considerando que

$$\dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k \quad (3.55)$$

onde

$\dot{\mathbf{V}}^k$: vetor de tensão do circuito referente ao usuário k com dimensão $(nb \times 1)$;

$\dot{\mathbf{Y}}$: matriz de admitância de barra do sistema.

Tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}}^k = diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k)^* \quad (3.56)$$

Substituindo-se a equação (3.56) no vetor de potências injetadas de ntr usuários e $pool$ apresentados na equação (3.11) obtém-se:

$$\dot{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{tot} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \dot{V}_{nb}^{tot} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \dot{V}_1^{tot} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \dot{V}_{nb}^{tot} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}^* & & \\ & \ddots & \\ & & \dot{\mathbf{Y}}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{pool} \end{bmatrix}^* \quad (3.57)$$

Sabendo que a tensão total no sistema é igual à soma das tensões criadas separadamente por cada usuário, os elementos fasoriais de tensão são tratados na forma retangular para facilitar a obtenção dessas somas. Então:

$$\dot{V}_i = e_i + j \cdot f_i \quad i=1, \dots, nb \quad (3.58)$$

onde

e_i : parte real da tensão \dot{V}_i ;

f_i : parte imaginária da tensão \dot{V}_i .

Assim, o valor total de tensão por barra que, que é a soma das componentes individuais de tensão fica:

$$\dot{V}_i^{tot} = \sum_{k=1}^{ntr+1} (\dot{V}_i)^k = \sum_{k=1}^{ntr+1} (e_i)^k + j \sum_{k=1}^{ntr+1} (f_i)^k \quad i = 1, \dots, nb \quad (3.59)$$

Aplicando-se a representação retangular de tensão na equação (3.57) e separando-se a parte real e parte imaginária obtém-se:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^1 - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^{pool} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^1 + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^{pool} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^1 - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^{pool} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^1 + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^{pool} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

onde

$$\mathbf{e}^{tot} = \begin{bmatrix} e_1^{tot} \\ \vdots \\ e_{nb}^{tot} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte real da tensão total;}$$

$$\mathbf{e}^k = \begin{bmatrix} e_1^k \\ \vdots \\ e_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte real da tensão referente ao}$$

usuário k ;

$$\mathbf{f}^{tot} = \begin{bmatrix} f_1^{tot} \\ \vdots \\ f_{nb}^{tot} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte imaginária da tensão total;}$$

$$\mathbf{f}^k = \begin{bmatrix} f_1^k \\ \vdots \\ f_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte imaginária da tensão referente}$$

ao usuário k ;

G: parte real de $\dot{\mathbf{Y}}$, ou seja, matriz de condutância de barra com dimensão $(nb \times nb)$;

B: parte imaginária de $\dot{\mathbf{Y}}$, ou seja, matriz de susceptância de barra com dimensão $(nb \times nb)$;

$$\mathbf{P} = \mathbf{Pg} - \mathbf{Pd};$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Qg} - \mathbf{Qd};$$

sendo

Pg: vetor de potência de geração ativa de todo conjunto de participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

Pd: vetor de potência de carga ativa de todo conjunto de participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

Qg: vetor de potência de geração reativa de todo conjunto de participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$;

Qd: vetor de potência de carga reativa de todo conjunto de participantes com dimensão $[nb(ntr+1) \times 1]$.

As equações (3.60) e (3.61) podem ser expressas, de forma compacta, em função de um vetor \mathbf{x} , cujos elementos são as componentes real e imaginária das tensões de barra associadas aos usuários:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1^1 \\ \vdots \\ e_{nb}^1 \\ \vdots \\ e_1^{pool} \\ \vdots \\ e_{nb}^{pool} \\ f_1^1 \\ \vdots \\ f_{nb}^1 \\ \vdots \\ f_1^{pool} \\ \vdots \\ f_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

O vetor \mathbf{x} possui dimensão $[2nb(ntr+1) \times 1]$.

Para a obtenção dos vetores $\mathbf{e}^{\text{total}}$ e $\mathbf{f}^{\text{total}}$ a partir de \mathbf{x} utilizam-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{\Gamma}_e = \begin{bmatrix} & & & \\ & \mathbf{\Gamma} & & \\ & & \mathbf{N} & \\ & & & \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

e

$$\mathbf{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & \mathbf{N} & & \\ & & \mathbf{\Gamma} & \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

ou seja,

$\mathbf{\Gamma}$: matriz de dimensão $[nb \times nb(ntr+1)]$ composta por $(ntr+1)$ diagonais de valores unitários; definida anteriormente na equação (3.14);

\mathbf{N} : matriz nula de dimensão $[nb \times nb(ntr+1)]$;

Γ_e : matriz composta pela justaposição da matriz $\mathbf{\Gamma}$ e da matriz \mathbf{N} de modo que o vetor formado pelas partes reais das tensões totais das barras, \mathbf{e}^{tot} , possa ser escrito por:

$$\mathbf{e}^{tot} = \mathbf{\Gamma}_e \cdot \mathbf{x} \quad (3.65)$$

$\mathbf{\Gamma}_f$: matriz composta pela justaposição da matriz \mathbf{N} e da matriz de $\mathbf{\Gamma}$ de modo que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões totais das barras, \mathbf{f}^{tot} , possa ser escrito por:

$$\mathbf{f}^{tot} = \mathbf{\Gamma}_f \cdot \mathbf{x} \quad (3.66)$$

Ainda para que se possam equacionar convenientemente as equações (3.60) e (3.61) é preciso definir as seguintes matrizes:

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{G} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

onde

\mathcal{G} : matriz formada por $ntr+1$ matrizes \mathbf{G} dispostas diagonalmente com dimensão $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$;

\mathcal{B} : matriz formada por $ntr+1$ matrizes \mathbf{B} dispostas diagonalmente com dimensão $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$.

Utilizando-se as matrizes descritas anteriormente, podem-se representar as equações (3.60) e (3.61) em função das variáveis \mathbf{Pg} , \mathbf{Qg} e \mathbf{x} .

Equações de balanço de potência ativa:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \{ \text{diag}(\mathbf{\Gamma}_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\mathbf{\Gamma}_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (3.69)$$

Equações de balanço de potência reativa:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \{ \text{diag}(\mathbf{\Gamma}_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\mathbf{\Gamma}_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (3.70)$$

As equações (3.60) e (3.61) são equivalentes às equações (3.69) e (3.70), as quais podem ser representadas simplesmente como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (3.71)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (3.72)$$

3.3.2 Variáveis de Otimização do Modelo Completo de Despacho de Geração

As variáveis de otimização utilizadas no Modelo Completo para Despacho de Geração são as mesmas já descritas para o MSDG, com exceção da variável de tensão. Ao invés de se utilizar o vetor \mathbf{V} e θ , utiliza-se o vetor \mathbf{x} .

Assim, as variáveis de otimização utilizadas no MCDG são \mathbf{Pg} , \mathbf{Qg} , \mathbf{Pd} , \mathbf{Qd} e \mathbf{x} .

3.3.3 Critérios de Otimização

Os critérios de otimização utilizados no modelo simplificado são os mesmos que os utilizado no modelo completo: minimização de desvio de transações propostas (DC), minimização de custos de produção (CG) e minimização de perdas (LO).

3.3.4 Restrições de Igualdade e de Desigualdade

a) Restrições de Igualdade

(i) Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa

As restrições de igualdade são as equações de balanço de potência ativa e reativa representadas segundo as equações (3.69) e (3.70) e compactamente representadas como em (3.71) e (3.72).

Neste ponto deve-se salientar a diferença entre o modelo simplificado e o completo. Enquanto que, no modelo simplificado, são consideradas as nb equações de balanço de potência ativa e reativa por barra (equações (3.27) e (3.28)), no modelo completo, consideram-se $[2nb(ntr+1)]$ equações de balanço de potência ativa e reativa, obtidas a partir de (3.54). Assim, é estabelecido um conjunto de $2nb$ equações que caracterizam

individualmente cada usuário k . Nesse modelo detalhado, as tensões alocadas por usuário, \hat{V}^k , são variáveis de otimização.

(ii) Representação do Ângulo de Referência

Uma barra é escolhida para ser referência angular. A referência é caracterizada por valor angular zero. Como a representação escolhida para o fasor tensão é a retangular, esta referência implica que a parte imaginária do valor de tensão na forma retangular é igual a zero. Assim, é preciso garantir que o somatório das componentes imaginárias das tensões associadas a todos os usuários seja igual a zero para a barra de referência, ref .

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k = 0 \quad (3.73)$$

Para se representar a equação (3.73) na forma vetorial, define-se o vetor \mathbf{d} do seguinte modo:

$$\mathbf{d}^T = \left[0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0 \right] \quad (3.74)$$

onde

\mathbf{d} : vetor de dimensão $[2nb(ntr+1) \times 1]$, com os $nb(ntr+1)$ primeiros elementos nulos e os subseqüentes também nulos, com exceção das posições correspondentes à barra de referência a cada nb elementos que assumem valor unitário.

Deste modo,

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (3.75)$$

b) Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas operacionais do sistema como enumeradas seguir.

(i) Limites de geração

Semelhantemente ao modelo simplificado, o somatório das potências ativa e reativa geradas pelas transações deve estar dentro dos limites dos geradores.

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (3.76)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{Qg} \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (3.77)$$

(ii) Representação de Limites das Magnitudes de Tensão

Como já mencionado, não se trabalha com o fasor de tensão na forma polar, mas na retangular. Assim sendo, a representação dos limites de tensão deve ser feita pelo módulo de tensão ao quadrado, sendo preciso que se faça uma adequada representação dos módulos de tensão ao quadrado, como se segue.

Para uma determinada barra i , o módulo ao quadrado da tensão é:

$$|\dot{V}_i|^2 = \left(\sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \right)^2 = (e_i^{tot})^2 + (f_i^{tot})^2 \quad (3.78)$$

Para que a equação (3.78) possa ser generalizada em função do vetor \mathbf{x} , realizam-se as seguintes operações:

$$\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \quad (3.79)$$

onde

\mathbf{ve}_i^T : i -ésima linha da matriz $\mathbf{\Gamma}_e$ (equação (3.63)).

Portanto,

$$(\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{ve}_i) \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = \left(\sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \right)^2 \quad (3.80)$$

Além disso,

$$\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \quad (3.81)$$

onde

\mathbf{vf}_i^T : i -ésima linha da matriz $\mathbf{\Gamma}_f$ (equação (3.64)).

Portanto,

$$(\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{vf}_i) \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = \left(\sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \right)^2 \quad (3.82)$$

Somando as equações (3.79) e (3.82), tem-se

$$\mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \quad (3.83)$$

onde

$\mathbf{M}_i = \mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T$: matriz auxiliar de dimensão $(2nb \times 2nb)$, usada para obtenção da soma ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra i .

Para todas as barras tem-se, então:

$$\begin{bmatrix} |\dot{V}_1|^2 \\ \vdots \\ |\dot{V}_{nb}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (3.84)$$

onde

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} : \text{função matricial de dimensão } (nb \times 2nb).$$

Portanto, a restrição que indica os limites na magnitude de tensão na barra i pode ser escrita como:

$$\underline{V}_i \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq \overline{V}_i \quad (3.85)$$

onde \underline{V}_i e \overline{V}_i correspondem aos valores mínimo e máximo de magnitude de tensão permitidos na barra i elevados ao quadrado.

Para todas as barras, tem-se então:

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (3.86)$$

onde $\underline{\mathbf{V}}$ e $\overline{\mathbf{V}}$ são vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites de magnitudes de tensão de barra ao quadrado.

(iii) Limites de Transações

Os mesmos limites e considerações feitas no modelo simplificado também o são no modelo completo:

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Pg} \quad (3.87)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (3.88)$$

3.3.5 Formulação Geral do Modelo Completo para Despacho de Geração

Considerando-se os critérios de despacho e restrições descritos anteriormente, o Modelo Completo para Despacho de Geração MCDG pode ser expresso da seguinte forma:

$$\min f.o \quad (3.89)$$

sujeito a

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \{ \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (\lambda_p) \quad (3.90)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \{ \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (\lambda_q) \quad (3.91)$$

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (\lambda_d) \quad (3.92)$$

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (\underline{\pi_{gp}}, \overline{\pi_{gp}}) \quad (3.93)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{Qg} \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (\underline{\pi_{gq}}, \overline{\pi_{gq}}) \quad (3.94)$$

$$0 \leq \mathbf{Pg} \quad (\pi_p) \quad (3.95)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (\underline{\pi_q}) \quad (3.96)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (\underline{\pi_v}, \overline{\pi_v}) \quad (3.97)$$

As variáveis colocadas entre parêntesis à direita do problema MCDG correspondem aos multiplicadores de Lagrange, que são definidos como:

λ_p : multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa;

λ_q : multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência reativa;

As demais variáveis entre parênteses tem a mesma definição usada no modelo simplificado.

3.4 Considerações Finais

Este capítulo se concentrou na descrição das formulações matemáticas dos Modelos Simplificado e Completo para Despacho de Geração de sistemas operando segundo o mercado pool-bilateral.

Os critérios de otimização de ambos os modelos são idênticos. A diferença básica entre eles é que no MSDG utilizam-se nb equações de balanço de potência ativa e reativa enquanto que no Modelo Completo utilizam-se $[nb(ntr+1)]$ equações de balanço de potência ativa que representam explicitamente as injeções associadas aos diversos usuários da rede.

Esta formulação se baseia na divisão de potência total injetada em cada barra do sistema de acordo com os valores de correntes injetadas pelos participantes, tais como, transações e/ou mercado *pool*.

Os problemas MSDG e MCDG são resolvidos pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual cuja formulação matemática está apresentada no Apêndice A.

Tanto o modelo MSDG quanto o modelo MCDG fornecem os valores de potência ativa e reativa total e por usuários a serem comparados no Capítulo V, no entanto, apenas o MCDG fornece os valores ótimos das tensões induzidas por usuários, pois o MSDG fornece apenas as tensões totais por barra.

Assim, no modelo MCDG além do fornecimento dos despachos de geração por usuários, obtém-se também os valores de tensão induzidos por cada usuário através do vetor \mathbf{x} , com o qual é possível discriminar as influências por participante como trabalhado em (FERNANDES, 2004), ou seja, realizar as alocações de perdas, fluxos e custos de transmissão entre os usuários. Apesar do modelo MSDG não fornecer os valores de tensão induzidos por cada usuário diretamente, estes podem ser facilmente calculados (a ser apresentado no Capítulo IV), sendo possível realizar os mesmos estudos de discriminação das influências por participante como os realizado em MCDG, cujos resultados também serão analisados no Capítulo V.

CAPÍTULO IV

Alocações de Serviços

4.1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo analisar alguns aspectos técnicos e econômicos da operação de sistemas elétricos em ambientes competitivos que se referem ao uso do sistema de transmissão tais como: alocação de perdas, de fluxos nas linhas e custos fixos e operacionais. A análise se baseia nos resultados obtidos pelo modelo MSDG e MCDG descritos no Capítulo III.

Basicamente, os estudos de alocação utilizados nesse trabalho, que são os descritos em FERNANDES (2004), se baseiam na idéia, já apresentada no Capítulo III, de se estabelecer as alocações por usuário de acordo com suas injeções de corrente, como feito para injeção de potência por usuário (equação (3.54)). Ou seja, para um determinado usuário k , a potência injetada depende da tensão final do sistema e da injeção de corrente referente àquele usuário:

$$\dot{\mathbf{S}}^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^k)^* \quad (4.1)$$

É importante analisar com cuidado o significado de (4.1). Caso não existam transformadores variáveis no sistema, há uma relação linear entre as injeções totais de corrente e as tensões totais de barra, ou seja, $\dot{\mathbf{I}}^{tot} = \dot{\mathbf{Y}} \dot{\mathbf{V}}^{tot}$, sendo $\dot{\mathbf{Y}}$ uma matriz constante. Neste caso, se considerarmos as cargas conectadas à rede como impedâncias constantes, de acordo com o Teorema da Superposição (Boylestad, 1997), a soma das injeções de corrente e tensões induzidas ($\dot{\mathbf{V}}^k = \dot{\mathbf{Y}}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{I}}^k$) por cada usuário é igual a injeção de corrente e tensão total (com todos os usuários conectados): $\dot{\mathbf{V}}^{tot} = \sum_k \dot{\mathbf{V}}^k$ e $\dot{\mathbf{I}}^{tot} = \sum_k \dot{\mathbf{I}}^k$. Entretanto, a potência total consumida não é igual à soma das potências consumidas individualmente. Caso existam transformadores variáveis na rede, a relação entre $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$ e $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ é não linear e a

superposição não é válida. Por motivo análogo, a superposição também não é válida caso as cargas sejam modeladas como potência constante.

Considerando a Teoria de Circuitos Elétricos, essa equação pode ser re-escrita como:

$$\dot{\mathbf{S}}^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k)^* \quad (4.2)$$

A partir do conhecimento das tensões induzidas pelos usuários $\dot{\mathbf{V}}^k$ (equação 4.2) é possível estabelecer as alocações de perdas, fluxos e custos entre os participantes. Essas alocações serão descritas oportunamente nesse capítulo.

No modelo MCDG, os valores de tensões induzidas $\dot{\mathbf{V}}^k$ são variáveis de otimização do problema, podendo ser aplicadas diretamente aos procedimentos de alocações de serviços. No entanto, no modelo MSDG, as variáveis de otimização em termos de tensão são as tensões totais por barras e não os valores por usuário. Assim, para que os resultados oriundos do MSDG sejam aplicáveis aos procedimentos de alocações de serviços, há necessidade de se calcular os valores das tensões induzidas após o processo de convergência do despacho simplificado que fornece os valores das potências injetadas por usuário $\dot{\mathbf{S}}^k$ e os valores de tensão total por barras $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$. Nesse trabalho propõe-se que esse cálculo seja feito substituindo $\dot{\mathbf{S}}^k$, obtido do MSDG quando se minimiza o desvio das transações propostos, $\dot{\mathbf{Y}}$ e $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ na equação (4.2), obtendo-se $\dot{\mathbf{V}}^k$ (vetor de tensão do circuito referente ao usuário k). Isso significa que a potência injetada por um determinado usuário k depende das tensões de barra, $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$, e de suas próprias injeções de corrente, $\dot{\mathbf{I}}^k$, resultando em $\dot{\mathbf{S}}^k$:

$$\dot{\mathbf{V}}^k = \dot{\mathbf{Y}}^{-1} \cdot \{[\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot})]^{-1} \dot{\mathbf{S}}^k\}^* \quad (4.3)$$

A obtenção de $\dot{\mathbf{V}}^k$ a partir da equação (4.3) é um passo importante para viabilizar os cálculos das alocações dos serviços de transmissão e por isso constitui uma contribuição importante desse trabalho.

Semelhantemente ao que já foi exposto no capítulo III, $\dot{\mathbf{V}}^k$ e $\dot{\mathbf{I}}^k$ são definidos de tal modo que a soma das respectivas alocações $\sum_{k=1}^{ntr+1} \dot{\mathbf{V}}^k = \dot{\mathbf{V}}^{tot}$ e $\sum_{k=1}^{ntr+1} \dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{I}}^{tot}$ fornecem $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ e $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$. Uma vez que $\dot{\mathbf{S}}^{tot}$ é não linear, essa injeção não é igual a soma das potências injetadas individualmente por cada usuário, ou seja, é importante salientar que $\dot{\mathbf{V}}^k$ e $\dot{\mathbf{I}}^k$ não são as tensões e correntes criadas pelo usuário k se o mesmo estivesse sozinho na rede. $\dot{\mathbf{V}}^k$ pode ser

interpretado como a tensão criada pelo usuário k na presença dos outros usuários, no ponto real de operação, ou seja, é a contribuição de k para a tensão total nas barras. $\dot{\mathbf{I}}^k$ tem interpretação similar.

Para entender o significado de (4.3), considere a transação representada na Figura 3.1. No ponto real de operação do sistema, com todos os usuários conectados, as tensões de barra, $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$, e as injeções totais de corrente, $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$, são obtidas pelo FPO. O vetor das injeções de corrente associadas à transação, $\dot{\mathbf{I}}^k$, é obtido a partir de $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$ tomando-se as injeções de corrente nas barras i e j apenas (ou seja, os demais componentes de $\dot{\mathbf{I}}^k$ são nulos). O vetor $\dot{\mathbf{V}}^k$ é composto pelas tensões definidas na rede quando apenas as injeções das barras i e j são consideradas. Deve-se notar que $\dot{\mathbf{I}}^{tot}$ (e, portanto, $\dot{\mathbf{I}}^k$) foram obtidas com todos os usuários na rede, de modo a suprir a potência total. Portanto, $\dot{\mathbf{I}}^k$ e $\dot{\mathbf{V}}^k$ não são iguais às correntes e tensões existentes quando há apenas a transação k na rede. Esses vetores podem ser interpretados como sendo as tensões e correntes associadas ao usuário k na presença dos demais usuários no sistema, de forma que a potência consumida dependa das tensões das barras onde o usuário está conectado e às suas próprias injeções de corrente. Devido à maneira como $\dot{\mathbf{I}}^k$ é obtida, tem-se que $\sum_k \dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{I}}^{tot}$ e, devido ao fato de se ter $\dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{Y}} \dot{\mathbf{V}}^k$, sendo $\dot{\mathbf{Y}}$ definida no ponto real de operação do sistema, ou seja, com os valores ótimos de *taps* de transformadores, $\sum_k \dot{\mathbf{V}}^k = \dot{\mathbf{V}}^{tot}$.

A partir dessas contribuições de tensão por usuário é possível se estabelecer as mesmas metodologias para cálculo de perdas, fluxos pelas linhas de transmissão e custos de transmissão que as utilizadas em (FERNANDES, 2004) só que em um tempo computacional muito menor, pois o modelo MSDG requer menos esforço computacional, a ser mostrado no Capítulo V.

Assim, tanto o modelo MSDG quanto o MCDG permitem a disponibilização das componentes de tensão de barras devidas aos participantes e os valores totais de tensão nas barras. De posse destas variáveis totais e por participante, é possível estabelecer a alocação de fluxos, perdas e custos entre os usuários, como a seguir apresentado.

4.2 Alocação de Fluxos de Potência Ativa entre Usuários

A seguir será apresentada metodologia para alocação de fluxo de potência ativa entre usuários tal como descrito em FERNANDES (2004).

4.2.1 Cálculo de Fluxo de Potência Total

No Apêndice B são apresentadas as fórmulas para cálculo de fluxo de potência ativa e reativa pelos elementos do sistema, as quais estão em função dos parâmetros das linhas e dos valores de tensão por barra. Assim, uma vez obtido o vetor das tensões nas barras, $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$, pode-se calcular o vetor de fluxos de potência complexos, conforme equações (B.18) e (B.19), ou seja,

$$\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot*} - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (4.4)$$

$$\dot{\mathbf{S}}_{mi}^{tot} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot*} - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (4.5)$$

onde $\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot}$ e $\dot{\mathbf{S}}_{mi}^{tot}$ são vetores de dimensão $(nl \times 1)$ compostos pelos fluxos de potência aparente total que percorrem os ramos nas direções $i-m$ e $m-i$;

As expressões (4.4) e (4.5) serão usadas para se fazer alocações de fluxos pelos usuários do sistema.

4.2.2 Alocação de Fluxos de Potência entre Usuários

O MSDG fornece $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ e $\dot{\mathbf{S}}^k$ (para cada usuário k) que substituídos na equação (4.3) fornecem o vetor $\dot{\mathbf{V}}^k$ (vetor de tensão referente ao usuário k). O MCDG fornece o vetor \mathbf{x} que é composto por vários vetores que se referem a cada um dos usuários do sistema:

$$\dot{\mathbf{V}}^k = \mathbf{e}^k + j \cdot \mathbf{f}^k \quad k = 1, \dots, (ntr+1) \quad (4.6)$$

Assim, tanto o MSDG quanto o MCDG fornecem as tensões induzidas por cada usuário k , $\dot{\mathbf{V}}^k$, que substituídas na equação B.3 (Apêndice B), fornecem os valores das correntes induzidas nas linhas de transmissão por cada usuário k :

$$\dot{I}_{im}^k = \dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i^k - \dot{V}_m^k) + j \cdot \mathbf{b}_{im}^s \cdot \dot{V}_i^k \quad (4.7)$$

Sabe-se que o fluxo total entre as barras i e m é calculado da seguinte forma:

$$\dot{S}l_{im}^{tot} = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^{tot})^* \quad (4.8)$$

Levando-se em consideração que a soma das correntes induzidas por usuário é igual à corrente total circulante na linha $i-m$, tem-se que:

$$\dot{I}_{im}^{tot} = \dot{I}_{im}^1 + \dots + \dot{I}_{im}^{ntr} + \dot{I}_{im}^{pool} \quad (4.9)$$

Substituindo a equação (4.9) na equação (4.8):

$$\dot{S}l_{im}^{tot} = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^1 + \dots + \dot{I}_{im}^{ntr} + \dot{I}_{im}^{pool})^* \quad (4.10)$$

Tal como ocorre com a injeção total de potência complexa na barra, $\dot{S}l_{im}^{tot}$ pode ser dividido entre os usuários da rede de diferentes formas. Fazendo a divisão com base na corrente individual de cada um dos $ntr+1$ usuários, tem-se:

$$\dot{S}l_{im}^{tot} = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^1)^* + \dots + \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^{ntr})^* + \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^{pool})^* = \dot{S}l_{im}^1 + \dots + \dot{S}l_{im}^{ntr} + \dot{S}l_{im}^{pool} \quad (4.11)$$

Portanto, o fluxo na linha $i-m$ da barra i para a barra m , devido ao usuário k é escrito:

$$\dot{S}l_{im}^k = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^k)^* = \dot{V}_i^{tot} [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i^k - \dot{V}_m^k) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_i^k]^* \quad (4.12)$$

e o fluxo da barra m para a barra i é:

$$\dot{S}l_{mi}^k = \dot{V}_m^{tot} (\dot{I}_{mi}^k)^* = \dot{V}_m^{tot} [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_m^k - \dot{V}_i^k) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_m^k]^* \quad (4.13)$$

Na forma matricial tem-se, portanto (Apêndice B):

$$\dot{\mathbf{S}}l_{im}^k = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^k)^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^k)^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (4.14)$$

$$\dot{\mathbf{S}}l_{mi}^k = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^k)^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^k)^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (4.15)$$

Os vetores $\dot{\mathbf{S}}l_{im}^k$ e $\dot{\mathbf{S}}l_{mi}^k$ são compostos pelos fluxos, nas direções $i-m$ e $m-i$, alocados ao usuário k . A soma de $\dot{\mathbf{S}}l_{im}^k$ para $k = 1, \dots, ntr+1$ é igual a $\dot{\mathbf{S}}l_{im}^{tot}$. A mesma propriedade é válida para $\dot{\mathbf{S}}l_{mi}^k$.

4.3 Alocação de Perdas entre Usuários

A seguir serão apresentadas metodologias para alocação de perdas de potência ativa entre usuários tal como descrito em FERNANDES (2004).

4.3.1 Perdas de Potência Ativa e Reativa

As perdas ativas e reativas nos elementos entre as barras i e m são dados por:

$$\dot{S}_{perda_{im}^{tot}} = P_{perda_{im}^{tot}} + jQ_{perda_{im}^{tot}} = \dot{S}_{l_{im}^{tot}} + \dot{S}_{l_{mi}^{tot}} \quad (4.16)$$

O vetor composto de perdas ativas e reativas em cada linha da rede é, portanto,

$$\dot{\mathbf{S}}_{perda}^{tot} = \dot{\mathbf{S}}_{l_{im}^{tot}} + \dot{\mathbf{S}}_{l_{mi}^{tot}} \quad (4.17)$$

A perda total do sistema, \dot{S}_{perda}^{tot} , é obtida somando-se as perdas de cada um dos nl elementos de $\dot{\mathbf{S}}_{perda}^{tot}$:

$$\dot{S}_{perda}^{tot} = \sum_{i=1}^{nl} \dot{S}_{perda_i}^{tot} \quad (4.18)$$

4.3.2 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando a Soma dos Fluxos Ativos nas Linhas

Através dos fluxos de potência $\dot{\mathbf{S}}_{im}^k$ e $\dot{\mathbf{S}}_{mi}^k$ referentes a cada participante k , é possível também se calcular o vetor de perdas de potência aparente causadas pelo usuário k nas linhas do sistema:

$$\dot{\mathbf{S}}_{perda}^k = \dot{\mathbf{S}}_{im}^k + \dot{\mathbf{S}}_{mi}^k \quad (4.19)$$

onde $\dot{\mathbf{S}}_{perda}^k$ é um vetor de dimensão $(nl \times 1)$.

Já que o maior interesse se dá pelas perdas de potência ativa, expressa-se a seguir o vetor de perdas de potência ativa por transação:

$$\mathbf{P}_{perda_{fluxo}}^k = \mathbf{P}_{l_{im}}^k + \mathbf{P}_{l_{mi}}^k \quad (4.20)$$

Explicitando os vetores de perdas de potência ativa para cada $ntr+1$ usuários, na forma matricial tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{perda_{fluxo}}^1 = \text{real} \{ & \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^1)^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^1)^* \cdot \mathbf{b}^s] + \\ & \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^1)^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^1)^* \cdot \mathbf{b}^s] \} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{Pperda}_{fluxo}^2 = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^2)^* - j \cdot diag(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^2)^* \cdot \mathbf{b}^s] +$$

$$diag(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^2)^* - j \cdot diag(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^2)^* \cdot \mathbf{b}^s]\}$$

$$(4.22)$$

⋮

$$\mathbf{Pperda}_{fluxo}^{pool} = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^{pool})^* - j \cdot diag(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \cdot \mathbf{b}^s] +$$

$$diag(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot (\dot{\mathbf{V}}^{pool})^* - j \cdot diag(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \cdot \mathbf{b}^s]\}$$

$$(4.23)$$

A soma das equações (4.21) a (4.23) fornece o vetor de perdas de potência ativa totais nas linhas devidas a cada um dos $ntr+1$ usuários:

$$\mathbf{Pperda}^{tot} = \mathbf{Pperda}_{fluxo}^1 + \dots + \mathbf{Pperda}_{fluxo}^{ntr} + \mathbf{Pperda}_{fluxo}^{pool} \quad (4.24)$$

Sabe-se que a contribuição de potência ativa dos elementos shunt é nula. Assim, esses elementos podem ser desprezados quando do cálculo das alocações de perdas ativas entre os usuários do sistema elétrico. A fim de se poder desprezar matematicamente o efeito dos mesmos nas alocações de perdas de potência ativa, é necessária uma análise mais detalhada desses elementos, agrupando-se as parcelas que estão em função deles (\mathbf{b}^s). Essas parcelas são designadas de \mathbf{Pperda}_s^k , ou seja:

$$\mathbf{Pperda}_s^1 = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s] + diag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s]\}$$

$$(4.25)$$

$$\mathbf{Pperda}_s^2 = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s] + diag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s]\}$$

$$(4.26)$$

⋮

$$\mathbf{Pperda}_s^{pool} = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] +$$

$$diag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s]\}$$

$$(4.27)$$

A soma das equações (4.25) a (4.27) fornece um valor designado de \mathbf{Pperda}_s^{tot} que é igual a:

$$\mathbf{Pperda}_s^{tot} = \text{real}\{diag(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{Af}^T (\dot{\mathbf{V}}^1 + \dot{\mathbf{V}}^2 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] +$$

$$+ diag(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{At}^T (\dot{\mathbf{V}}^1 + \dot{\mathbf{V}}^2 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s)]\}$$

$$(4.29)$$

Ou ainda,

$$\mathbf{Pperda}_s^{tot} = \text{real}[-j\text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})\text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s - \\ - j\text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})\text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s] \quad (4.30)$$

Sabe-se que o produto de um número complexo com seu valor conjugado é igual a um número real. Assim, todo o valor contido entre os colchetes da equação (4.30) é um número imaginário. Portanto, as susceptâncias *shunt* das linhas de transmissão não afetam o valor das perdas totais, como esperado, e as parcelas \mathbf{Pperda}_s^k (equações (4.25) a (4.27)) podem ser desprezados no cálculo de alocação de perdas ativas.

Assim, o vetor de perdas associado ao participante k é:

$$\mathbf{Pperda}_{fluxo}^k = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*)\text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Afdiag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^*] + \\ + \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*)(-\mathbf{Afdiag}(\dot{\mathbf{t}}) + \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^*]\} \quad (4.31)$$

Somando-se os elementos do vetor $\mathbf{Pperda}_{fluxo}^k$, obtém-se a perda total de potência ativa provocada pelo usuário k , $Perda_{fluxo}^k$:

$$Perda_{fluxo}^k = \sum_{i=1}^{nl} Pperda_i^k \quad (4.32)$$

O valor de $Perda_{fluxo}^k$ pode ser proporcionalmente distribuído entre os geradores e cargas pertencentes a k , obtendo-se assim um valor de perda de potência ativa por barra.

Por fim, o valor total das perdas de potência ativa pode ser obtido pelo somatório de todas as perdas por usuário:

$$Perda^{tot} = \sum_{k=1}^{ntr+1} Perda_{fluxo}^k \quad (4.33)$$

O valor da equação (4.33) coincide com a parte real da equação (4.18).

4.3.3 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando Matriz $\dot{\mathbf{Z}}$

O trabalho de CONEJO, GALIANA e KOCKAR (2001) apresenta um procedimento para alocação de perdas entre as barras de um sistema a partir da parte real da matriz de impedância de barra, \mathbf{R} e do vetor de injeções de corrente total ($\dot{\mathbf{I}}^{tot}$):

$$\mathbf{Pperda}_Z^{tot} = \text{real}\{\text{diag}(\dot{\mathbf{I}}^{tot*}) \cdot \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{I}}^{tot}\} \quad (4.34)$$

onde $\mathbf{Pperda}_{\dot{z}}^{tot}$ é um vetor de dimensão $(nb \times 1)$ de perda total por barra.

A perda total do sistema é obtida somando-se os elementos de $\mathbf{Pperda}_{\dot{z}}$, o que fornece resultado idêntico ao obtido pela equação (4.19), conforme descrito em CONEJO, GALIANA e KOCKAR (2001).

Todo método de alocação de perdas apresenta alguma arbitrariedade. A arbitrariedade desse método consiste na desagregação intuitiva da fórmula de perdas total em um número de parcelas igual ao número de barras do sistema. Esse método é simples, aloca o valor exato das perdas totais, é de fácil implementação e apresenta resultados satisfatórios podendo ser utilizado no cálculo das perdas por usuários.

Tal como ocorre com a injeção de potência complexa e os fluxos pelas linhas, que são divididos entre os usuários com base nas injeções de corrente de cada um, as perdas calculadas segundo a equação (4.34) também o são.

Assim, a equação (4.34) pode ser re-escrita em função das injeções de corrente por participante da rede elétrica:

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{z}} = \text{real}\{\text{diag}[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^1 + \dots \dot{\mathbf{I}}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}^{pool})]\} \quad (4.35)$$

Ou seja, a perda por participante k alocada por barra é escrita como:

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{z}}^k = \text{real}\{\text{diag}[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^k)]\} \quad (4.36)$$

Somando-se os elementos do vetor $\mathbf{Pperda}_{\dot{z}}^k$, obtém-se a perda total de potência ativa provocada pelo participante k , $Perda_{\dot{z}}^k$, sendo que a equação (4.36) fornece valores de perda por barra e por participante, que somados, fornecem os valores de perdas por participante:

$$Perda_{\dot{z}}^k = \sum_{i=1}^{nb} (Pperda_{\dot{z}})_i^k \quad (4.37)$$

Por fim, o valor total das perdas de potência ativa pode ser obtido pelo somatório de todas as perdas por usuário:

$$Perda^{tot} = \sum_{k=1}^{ntr+1} Perda_{\dot{z}}^k \quad (4.38)$$

O valor da equação (4.38) coincide com a parte real da equação (4.18).

4.4 Alocação de Custos de Transmissão

O resultado dos modelos MSDG e MCDG, semelhantemente ao que foi feito para alocação de fluxos e perdas de potência ativa entre os usuários da rede, também podem ser utilizados para alocação de custos fixos e operacionais entre os usuários (FERNANDES, 2004).

4.4.1 Alocação de Custo Fixo

Dentre as metodologias baseadas nos custos fixos podem-se citar o Selo Postal (MARANGON LIMA, 1996 e PAN et al., 2000) e o MW-milha (GORESTIN e PEREIRA, 1996), entre outros.. No Selo-Postal os custos devem ser rateados em proporção à carga de cada participante, independente de sua localização. Esta metodologia é de fácil implementação e garante a remuneração do sistema. No entanto, ela não envia sinais econômicos para a devida utilização da rede. No MW-Milha, o rateio é proporcional à utilização de cada linha, o que garante uma remuneração adequada para a rede de transmissão, mas também não fornecem sinais econômicos para o dimensionamento e utilização da rede (GORENSTIN e PEREIRA, 1996).

Um método semelhante ao MW-Milha é o proposto em (ZOBIAN e ILIC, 1997), onde o custo fixo de transmissão de cada linha é alocado proporcionalmente ao componente de fluxo alocado a cada transação. Assim, o custo fixo de transmissão da linha (i,m) , FC_{im} , alocado ao usuário k , FTC_{im}^k , pode ser expresso por:

$$FTC_{im}^k = \frac{|Pl_{im}^k|}{|Pl_{im}|} FC_{im} \quad (4.39)$$

O custo total de transmissão alocado ao usuário k é então:

$$FTC^k = \sum_{i,m=1}^{nb} \frac{|Pl_{im}^k|}{|Pl_{im}|} FC_{im} \quad (4.40)$$

Os inconvenientes desta metodologia está no fato de que não há incentivo para que a rede de transmissão utilize o máximo de sua capacidade, já que todo o seu custo de transmissão está coberto seja qual for a utilização da mesma. Outra questão quanto a esta

alocação está no envio de sinais econômicos errôneos, pois, quanto maior o uso de determinadas linhas da rede, menor é o custo alocado por usuário, o que poderia incentivar erroneamente maior uso destas linhas e vice-versa, ou seja, quanto menor o uso, maior o custo alocado por usuário.

4.4.2 Alocação de Custos Operacionais

De acordo com a teoria econômica, o custo marginal de curto prazo representa o “preço” de compra ou venda de energia em cada ponto da rede de transmissão (CARAMANIS, BOHN e SCHWEPPE, 1986), sendo que o mesmo é obtido através das variáveis duais (multiplicadores de Lagrange) de um Fluxo de Potência Ótimo (ALMEIDA, 1995). De acordo com esse enfoque, os geradores são remunerados a diferentes preços, dependendo da localização dos mesmos no sistema. Essas diferenças são resultantes de perdas e congestionamentos na transmissão, ou seja, esses fatores estão embutidos nas remunerações dos geradores.

Como descrito em FERNANDES (2004), cada componente do multiplicador de Lagrange λp^k , fornecido pelo MCDG e que está associado às equações de balanço de potência ativa por usuário, pode ser interpretado como o custo incremental para uma variação da carga da transação ativa k na barra m . Assim, na ótica marginalista, um gerador na barra i “vende” o valor de Pg_i^k ao valor do custo marginal da barra i (λp_i^k) e a carga da barra m “compra” o valor de Pd_m^k ao valor do custo marginal (λp_m^k). A transmissão, portanto, recebe a diferença entre os valores de compra e venda:

$$OTC^k = \sum_{m \in \Omega_d^k} \lambda p_m^k \cdot Pd_m^k - \sum_{i \in \Omega_g^k} \lambda p_i^k \cdot Pg_i^k \quad (4.41)$$

onde OTC^k é o custo operacional de transmissão provocado pelo usuário k , Ω_g^k e Ω_d^k são os conjuntos dos geradores e cargas, respectivamente, que fazem parte do participante k .

A soma dos custos incorridos em todas as linhas de transmissão fornece o mesmo valor de OTC^k da equação (4.41), ou seja, o valor do custo operacional de transmissão do usuário k feita entre o consumidor da barra m e o gerador da barra i é :

$$OTC^k = \sum_{i,m=1}^{nb} OTC_{im}^k \quad (4.42)$$

A vantagem da utilização dos custos marginais de curto prazo é que os mesmos enviam sinais econômicos adequados tanto para a utilização quanto para a expansão da rede.

Em FERNANDES (2004) é comprovado que, apesar do modelo MCDG possibilitar a decomposição do sistema em tantas equações de balanço de potência quantos forem os participantes, os valores dos custos marginais das barras (λp^k) são independentes dos participantes, ou seja, para uma barra i :

$$\lambda p_i^1 = \lambda p_i^2 = \dots = \lambda p_i^{ntr} = \lambda p_i^{pool} \quad (4.43)$$

Assim, basicamente o que define os valores de OTC^k por usuário k são os valores de Pd_m^k e Pg_i^k já que os λp_i^k para uma mesma barra são iguais entre os usuários.

Por outro lado, os multiplicadores de Lagrange, $\lambda p s_i$, do modelo MSDG, estão relacionados às equações de balanço de potência totais, ou seja, são custo marginais por barra, também sem discriminação por usuário. Assim, a mesma equação (4.41) pode ser utilizado para se calcular os custos operacionais por usuários utilizando resultados do modelo MSDG:

$$OTC^k = \sum_{m \in \Omega_d^k} \lambda p s_m \cdot Pd_m^k - \sum_{i \in \Omega_g^k} \lambda p s_i \cdot Pg_i^k \quad (4.44)$$

4.5 Considerações Finais

Os resultados fornecidos pelos modelos MSDG (uma vez determinada a tensão induzida por usuário \dot{V}^k) e MCDG descritos no Capítulo III possibilitam a realização de estudos sobre alocação de serviços associados à transmissão tais como: fluxos, perdas de potência ativa e custos de transmissão. E, portanto, uma importante contribuição desse trabalho.

No próximo capítulo são apresentados os resultados numéricos pertinentes aos modelos MSDG e MCDG e às aplicações que foram descritas nesse capítulo.

CAPÍTULO V

Resultados

5.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar resultados pertinentes à implementação dos programas MSDG e MCDG e suas aplicações. O mesmo foi desenvolvido em MATLAB versão 5.3, simulado em um PC AMD ATHLON XP2600, 1,13 GHz com Sistema Operacional Windows XP e testado com sistemas de 5, 14 e 182 barras, cujos dados e limites físicos operacionais encontram-se no APÊNDICE C.

5.2 Descrição dos Sistemas de 5, 14 e 182 Barras

Nesta seção, são apresentados os valores de parâmetros utilizados na resolução dos problemas MSDG e MCDG (descritos no Capítulo III) e características dos sistemas de 5, 14 e 182 barras, utilizados para apresentação de resultados.

Os valores comumente adotados para análise são: tolerância para a norma infinita do gradiente $\varepsilon = 10^{-06}$, fator de aceleração $\beta = 1,5$, parâmetro barreira inicial $\mu_0 = 0,1$. Os valores das cargas totais e a dos respectivos usuários para cada sistema analisado são a seguir apresentados.

a) Sistema 5 barras

Este sistema foi testado para um mercado contendo uma transação bilateral, uma transação multilateral e o mercado de curto prazo, para condições de carga leve e carga pesada.

A transação bilateral foi contratada entre o gerador da barra 1 e a carga da barra 2 e a transação multilateral é entre os geradores conectados nas barras 3 e 4 e cargas ligadas nas barras 3, 4 e 5. As cargas do *pool* estão em todas as barras.

A Tabela 5.1 apresenta os valores de carga para a condição de carga leve. A Tabela 5.2 apresenta os valores de carga para a condição de carga pesada.

Tabela 5.1 Cargas em [pu] dos Usuários para o Sistema de 5 barras – Carga Leve

Barra	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	1,5000+j0,3000		0,2+0,05j
2			0,0500
3		0,5000+j0,1000	0,0500
4		0,5000+j0,1000	0,0200
5		0,5000+j0,1000	0,5+0,05j

Tabela 5.2 Cargas em [pu] dos Usuários para o Sistema de 5 barras – Carga Pesada

Barra	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	2,2240+j0,4000		0,2+0,05j
2			0,0500
3		0,3000+j0,2000	0,0500
4		0,3000+j0,3000	0,0200
5		0,85000+j0,4000	0,5+0,05j

b) Sistema IEEE-14 barras

O sistema de 14 barras é o proposto pelo IEEE e foi simulado com 2 transações multilaterais e mercado *pool* cujas cargas de potência ativa e reativa estão indicadas na Tabela 5.3.

Foram simulados dois casos: (i) $w_{dP}=10$ e $w_{dQ}=10$, com minimização dos desvios de potência ativa e reativa, e(ii) $w_{dP}=10$ e $w_{dQ}=0$, com minimização apenas dos desvios de potência ativa, sendo que a parte reativa é despachada centralizadamente, tal como ocorre nos mercados reais.

A transação bilateral foi contratada entre o gerador da barra 1 e as cargas das barras 2, 6, 10, 12, 13 e 14 e a transação multilateral é entre o gerador conectado a barra 2 e as cargas ligadas nas barras 3, 4, 5, 9, 11, 13 e 14 . As cargas do *pool* estão nas barras 2, 3, 4, 6, 9, 11, 13, 14.

Tabela 5.3 Cargas em [pu] dos Usuários para o Sistema IEEE-14 barras

Barra	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1			
2	0,2147+j0,1270		0,0170+j0,0270
3		0,9420+j0,1900	0,0420+j0,0900
4		0,4780-j0,0390	0,0780-j0,0090
5		0,0760+j0,0160	
6	0,1120+j0,0750		0,0120+j0,0050
7			
8			
9		0,2950+j0,1660	0,0950+j0,0660
10	0,0900+j0,0580		
11		0,0350+j0,0180	0,0050+j0,0080
12	0,0610+j0,0160		
13	0,0550+j0,0280	0,0800+j0,0300	0,0350+j0,0080
14	0,1490+j0,0500		0,0490+j0,0050

c) Sistema 182-barras

O sistema de 182 barras interliga os estados do Paraná (PR), Santa Catarina (SC) e Rio Grande do Sul (RS). São consideradas três empresas (ou usuários) de energia. A primeira empresa engloba geradores e cargas localizados no estado do Paraná, a segunda, geradores e carga em SC e a terceira geradores e cargas no RS.

A Tabela 5.4 apresenta os valores de carga total por estado. Pelo fato do estado de Santa Catarina estar mais detalhado neste sistema, o valor de sua carga total é maior do que os outros estados.

Tabela 5.4: Carga Total por Usuário – Sistema de 182 barras

<i>Usuário</i>	CargaTotal
PR	4,9391+j1,5794
SC	17,3040-j2,0159
RS	4,6136+j0,5029

As principais linhas de conexão estão apresentadas na Figura 5.1.

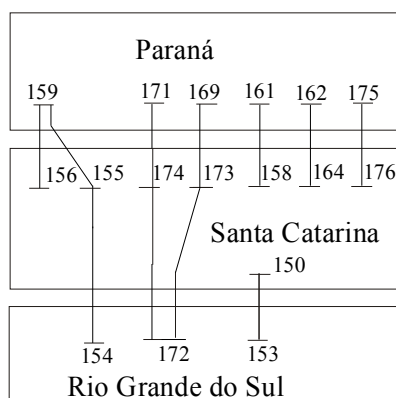


Figura 5.1 Diagrama Esquemático da Região Sul do Brasil

5.3 Resultados para Sistema de 5 barras

O sistema de 5 barras foi utilizado para se comparar e analisar os resultados dos modelos MSDG e MCDG frente a diferentes condições de carregamento (leve e pesada).

5.3.1 Caso 1 (1 transação bilateral, 1 multilateral e *pool*, Carga Leve)

5.3.1.1 Despacho de Geração para Sistema 5 barras – Carga Leve

Os pesos utilizados foram $w_p = 0$, $w_c = 1$, $w_{dp} = 10$ e $w_{dq} = 10$. Desse modo, o *pool* é despachado segundo a minimização do custo de geração.

O despacho ótimo de geração, as magnitudes e ângulos das tensões obtidos pelos dois modelos são idênticos e estão apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Transações (MSDG) e (MCDG)
Sistema 5 barras – Carga Leve

Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	-0,0000	1,0500	2,5636	0,4077
2	-0,2307	0,9698	0,0000	0,0000
3	-0,1621	1,0335	0,9400	0,6986
4	-0,0159	1,0500	1,5496	0,1070
5	-0,1042	1,0189	0,0000	0,0000

As Tabelas 5.6 e 5.7 mostram os valores despachados por usuários tanto para o Modelo Simplificado (modelado na Seção 2) quanto para o Modelo Completo. Apesar dos valores totais de geração obtidos pelos modelos serem iguais, os valores associados à

transação multilateral e ao *pool* diferem em aproximadamente $\pm 5\%$ para a parte ativa e reativa. No entanto, em ambos os casos, os contratos foram plenamente despachados.

Os valores despachados de potência ativa são coerentes com a função objetivo selecionada, ou seja, despachou-se integralmente a transação bilateral cujo valor é de 1,5 pu, despachou-se também integralmente a transação multilateral, cuja soma das potências geradas é igual 1,5 pu. Além disso, já que o custo de produção do gerador 3 é maior que o do gerador 4, a distribuição da geração dessa transação é de tal modo que o gerador 3 foi requisitado com valor menor em relação ao gerador 4, tanto para o modelo simplificado quanto para o completo.

Tabela 5.6: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (**MSDG**)
Sistema 5 barras – Carga Leve

Barra	Pg + jQg		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	1,5000+j0,3000	0	1,0636+j0,1077
2	0	0	0
3	0	0,4708+j0,3274	0,4692+j0,3712
4	0	1,0292-j0,0274	0,5204+j0,1344
5	0	0	0

Tabela 5.7: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (**MCDG**)
Sistema 5 barras – Carga Leve

Barra	Pg + jQg		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	1,5000+j0,3000	0	1,0636+j0,1077
2	0	0	0
3	0	0,4592+j0,3364	0,4808+j0,3622
4	0	1,0408-j0,0364	0,5088+j0,1434
5	0	0	0

As Tabelas 5.8 e 5.9 apresentam os valores das magnitudes de tensão nas barras por usuários. As variações das magnitudes de tensão para ambos os modelos (MSDG e MCDG) são da mesma ordem de grandeza das variações dos despachos de potência.

Observa-se que o valor das tensões induzidas alocadas para a transação bilateral são iguais para os dois modelos, pois o despacho de potência ativa e reativa também são iguais para os dois modelos. Para a transação multilateral e o *pool*, o valor das tensões diferem em aproximadamente $\pm 1,5\%$ pelo fato dos despachos de potência ativa e reativa serem também diferentes.

Tabela 5.8: Tensões Induzidas (**MSDG**) - Sistema 5 barras- Carga Leve

Barra	Magnitudes de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	3,8142	0,6131	3,2855
2	3,7141	0,6256	3,3175
3	3,7572	0,6330	3,2906
4	3,7849	0,6653	3,2632
5	3.7948	0,6022	3,3028

Tabela 5.9: Tensões Induzidas (**MCDG**) - Sistema 5 barras – Carga Leve

Barra	Magnitudes de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	3,8142	0,6224	3,2914
2	3.7141	0,6349	3,3237
3	3,7572	0,6423	3,2968
4	3,7849	0,6749	3,2686
5	3.7948	0,6115	3,3087

5.3.1.2 Alocação de Fluxos de Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Leve

Uma vez conhecidas as tensões induzidas por usuário e as injeções de corrente alocadas por usuários, pode-se, a partir das equações (4.14) e (4.15) calcular os fluxos de potência ativa alocados a cada usuário.

A Tabela 5.10 apresenta os fluxos de potência ativa fl^1 , fl^2 e fl^{pool} alocados à transação bilateral, à multilateral e ao *pool*, respectivamente, para cada linha, obtidos pelos modelos simplificado e completo. Para a transação bilateral, plenamente despachada pelos dois modelos, e com despachos de potência reativa iguais, os fluxos alocados são idênticos. Já para a transação multilateral e *pool*, observam-se diferenças nas alocações de fluxo entre os dois modelos na ordem de $\pm 2\%$.

Cabe aqui esclarecer que quando os valores de despacho de potência ativa e reativa são iguais para ambos os modelos (simplificado e completo), como ocorrido para a transação bilateral, os valores das tensões induzidas para ambos os modelos são também iguais. Isso justifica o fato dos fluxos alocados serem também iguais, pois a mesma metodologia de cálculo é utilizada por ambos os modelos.

Tabela 5.10 Alocação de Fluxo de Potência Ativa – Sistema 5 barras- Carga Leve

Linha	Modelo Simplificado (MSDG)			Modelo Completo (MCDG)		
	fl^1	fl^2	fl^{pool}	fl^1	fl^2	fl^{pool}
1-2	1,0612	-0,0543	0,4534	1,0612	-0,0525	0,4517
2-3	-0,4704	-0,0425	-0,1114	-0,4704	-0,0408	-0,1130
3-5	-0,3347	0,1076	-0,0267	-0,3347	0,1041	-0,0232
3-4	-0,1293	-0,1799	-0,1374	-0,1293	-0,1859	-0,1314
5-4	0,1051	-0,3287	-0,1543	0,1051	-0,3337	-0,1493
5-1	-0,4240	-0,0658	-0,3903	-0,4240	-0,0642	-0,3919

Observando-se os resultados da Tabela 5.10, verifica-se coerência nas alocações de fluxos entre os usuários. Por exemplo, para a transação bilateral, que é do gerador da barra 1 para a carga da barra 2, observa-se que o fluxo alocado na linha (1-2) é justamente o maior para essa transação bilateral. Quanto à transação multilateral, que envolve as barras 3, 4 e 5 observa-se que justamente as linhas, (3-4) e (5-4) apresentam as maiores alocações de fluxo para essa transação multilateral.

5.3.1.3 Alocação de Perdas de Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Leve

Uma vez conhecidos os fluxos alocados por usuário e as injeções de corrente alocadas por usuários, pode-se, a partir das equações (4.31) e (4.36) calcular as perdas alocadas a cada usuário.

A Tabela 5.11 apresenta as alocações de perdas segundo a metodologia de cálculo apresentada na equação (4.31) (*Perda*) e segundo a metodologia de cálculo apresentada na equação (4.36) (*PerdaZ*), tanto para modelo simplificado e completo. Comparando-se os resultados dos modelos simplificado e completo para a metodologia que calcula *Perda* e em seguida para a metodologia que calcula *PerdaZ*, observam-se as mesmas variações percentuais existentes nas alocações de fluxo. No entanto, os resultados entre as metodologias *Perda* e *PerdaZ* apresentam discrepância advindas das diferentes aproximações utilizadas por cada uma delas. Um estudo mais detalhado sobre essas metodologias para alocações de perdas é necessário ser feito em pesquisas futuras. No entanto, de antemão, analisando-se os resultados para a metodologia *Perda* e *PerdaZ*, observa-se que os valores alocados são proporcionais aos valores das cargas totais dos usuários e diferem em aproximadamente de 1,7% a 5% para a metodologia *Perda* e de 0,8% a 3% para a *PerdaZ*.

Tabela 5.11: Alocação de Perdas de Potência Ativa – Sistema 5 barras- Carga Leve

Usuário	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>
	0,0554	0,0915	0,0528	0,0915
Trans.2	0,0396	0,0130	0,0412	0,0134
<i>Pool</i>	0,0582	0,0487	0,0592	0,0483
Total	0,1532	0,1532	0,1532	0,1532

5.3.1.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 5 barras – Carga Leve

A Tabela 5.12 apresenta os valores de OTC (custo operacional de transmissão) e FTC (custo fixo de transmissão) obtidos para cada usuário da rede e para ambos os modelos. Os custos fixos por linha são iguais a 1\$.

Percebe-se pela Tabela 5.12 que para a transação bilateral (Trans.1) os valores de OTC e FTC para ambos os casos (Simplificado e Completo) são os mesmos, ou seja, já que os valores despachados são os mesmos (Tabela 5.6), conseqüentemente, as tensões induzidas e os fluxos alocados são os mesmos entre os dois modelos.

Para as transações multilateral (Trans.2) e o *pool* os valores tanto para OTC quanto para FTC não são iguais devidos às variações dos despachos e conseqüentemente das tensões induzidas e dos fluxos existentes para o despacho dos contratos. No entanto, os erros de $\pm 5\%$ são similares às da Tabela 5.6.

Tabela 5.12 Alocação de Custos Fixos e Variáveis- Sistema 5 barras- Carga Leve

Trans.	Pd	MSDG		MCDG	
		OTC	FTC	OTC	FTC
Trans.1	1,5	1,4634	3,0777	1,4634	3,0777
Trans.2	1,5	0,1855	1,3659	0,1920	1,3772
<i>Pool</i>	1,9	-0,4030	1,5563	-0,4094	1,5324

5.3.2 Caso 2 (1 transação bilateral, 1 multilateral e pool, Carga Pesada)

5.3.2.1 Despacho de Geração para Sistema 5 barras – Carga Pesada

Os pesos utilizados foram $w_p = 0$, $w_c = 1$, $w_{dp} = 10$ e $w_{dq} = 10$. Desse modo, o *pool* também é despachado segundo a minimização do custo de geração.

O despacho ótimo de geração, as magnitudes e ângulos das tensões obtidos pelos dois modelos são idênticos e estão apresentados na Tabela 5.13.

Tabela 5.13: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG)e(MCDG)

Sistema 5 barras - Carga Pesada				
Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	-0,0000	1,0500	2,2240	0,6459
2	-0,2294	0,9500	0,0000	0,0000
3	-0,0648	1,0500	1,7008	1,1495
4	-0,1262	1,0500	1,8968	0,1345
5	-0,0618	1,0110	0,0000	0,0000

As Tabelas 5.14 e 5.15 mostram os valores despachados por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo. Apesar dos valores totais de geração obtidos pelos mesmos serem iguais, os valores associados à transação multilateral e ao *pool* diferem em aproximadamente $\pm 15\%$ para a parte ativa e de aproximadamente -50% a $+80\%$ para a parte reativa, com exceção do despacho do gerador 1, cujos despachos foram idênticos. Nesse caso, a transação bilateral não foi plenamente despachada, mas a transação multilateral foi.

Para esse caso de carga pesada, nota-se claramente que para a transação multilateral, há distribuições de despacho de potência ativa e reativa entre os geradores 3 e 4 muito discrepantes, principalmente para a parte reativa. Considerando-se que o valor da carga reativa da barra 4 (0,3 pu) é a maior, quando comparada com a da barra 3 (0,2 pu) conclui-se que o resultado do modelo completo é mais coerente pois o mesmo aloca mais reativo justamente para a barra 4. Esse resultado (despacho de reativo no MCDG) é de se esperar fisicamente pois o reativo deve ser suprido o mais localmente possível a fim de se diminuir as perdas.

Tabela 5.14: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (MSDG)

Sistema 5 barras - Carga Pesada			
Barra	Pg + jQg		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1	2,2240+j0,4000	0	0+j0,2459
2	0	0	0
3	0	0,6940+j0,5462	1,0068+j0,6033
4	0	0,7560+j0,0538	1,1410+j0,0807
5	0	0,0000	0

Tabela 5.15: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (**MCDG**)
Sistema 5 barras – Carga Pesada

Barra	Pg + jQg		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1	2,2240+j0,4000	0	0+j 0,2459
2	0	0	0
3	0	0,5854+j0,3569	1,1154+j0,7926
4	0	0,8646+j0,2431	1,0322-j0,1086
5	0	0	0

As Tabelas 5.16 e 5.17 mostram os valores das magnitudes de tensão nas barras por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo. As variações das magnitudes de tensão entre os modelos MSDG e MCDG estão em torno de $\pm 5\%$.

Apesar das discrepâncias de despacho de reativo observadas para a transação multilateral, essas discrepâncias não acompanharam as alocações de tensões induzidas.

Tabela 5.16: Tensões Induzidas (**MSDG**) - Sistema 5 barras - Carga Pesada

Barra	Magnitudes de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1	5,9100	1,0774	5,8886
2	5,7359	1,1072	5,8936
3	5,8089	1,1260	5,8329
4	5,8558	1,1138	5,8101
5	5,8743	1,0524	5,8792

Tabela 5.17: Tensões Induzidas (**MCDG**) - Sistema 5 barras – Carga Pesada

Barra	Magnitudes de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1	5,9100	1,1373	6,0142
2	5,7359	1,1574	6,0137
3	5,8089	1,1689	5,9520
4	5,8558	1,1777	5,9745
5	5,8743	1,1196	6,0107

5.3.2.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Pesada

A Tabela 5.18 apresenta os fluxos de potência ativa fl^1 , fl^2 e fl^{pool} alocados à transação bilateral, à multilateral e ao *pool*, respectivamente, para cada linha, obtidos pelos modelos simplificado e completo.

Percebe-se pela Tabela 5.18 que a transação bilateral, que foi plenamente despachada pelos dois modelos, possui os seus fluxos alocados idênticos. Para as demais transações (multilateral e *pool*) observam-se diferenças na ordem de $\pm 15\%$, ou seja, justamente nas transações cujos despachos de potência ativa e reativa foram mais discrepantes.

Tabela 5.18: Alocação de Fluxo de Potência Ativa - Sistema 5 barras – Carga Pesada

Linha	Modelo Simplificado (MSDG)			Modelo Completo (MCDG)		
	fl^1	fl^2	fl^{pool}	fl^1	fl^2	fl^{pool}
1-2	1,5895	-0,1695	0,0342	1,5895	-0,1478	0,0125
2-3	-0,6989	-0,1484	-0,5257	-0,6989	-0,1322	-0,5419
3-5	-0,5054	0,3239	0,2135	-0,5054	0,2911	0,2463
3-4	-0,1909	-0,0706	-0,3107	-0,1909	-0,1405	-0,2407
5-4	0,1555	-0,3528	-0,5629	0,1555	-0,4150	-0,5008
5-1	-0,6235	-0,1757	0,2397	-0,6235	-0,1500	0,2139

5.3.2.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 5 barras – Carga Pesada

A Tabela 5.19 apresenta as alocações de perdas segundo a metodologia de cálculo apresentada na equação (4.31) (*Perda*) e segundo a metodologia de cálculo apresentada na equação (4.36) (*PerdaZ*), tanto para o modelo simplificado quanto para o completo.

Observa-se, na Tabela 5.19, as mesmas variações percentuais existentes nas alocações de fluxo na ordem de $\pm 2\%$. No entanto, os resultados entre as duas metodologias não apresentam divergências tão grandes quanto o ocorrido para a carga leve.

Tabela 5.19: Alocação de Perdas de Potência Ativa - Sistema 5 barras – Carga Pesada

Usuário	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>
	0,1050	0,1386	0,1050	0,1386
Trans.2	0,0672	0,0240	0,0344	0,0275
<i>Pool</i>	0,0594	0,0691	0,0922	0,0655
Total	0,2316	0,2316	0,2316	0,2316

5.3.2.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 5 barras – Carga Pesada

A Tabela 5.20 apresenta os valores de OTC (custo operacional de transmissão) e FTC (custo fixo de transmissão) obtidos para cada usuário da rede e para ambos os modelos. Os custos fixos por linha são iguais a 1\$.

Obedecendo à mesma linha de raciocínio visto no item 5.3.1.2 observa-se que os custos fixos e operacionais de transmissão na transação bilateral para ambos os modelos são iguais e para a transação multilateral há uma variação na ordem de $\pm 10\%$.

Tabela 5.20: Alocação de Custos Fixos e Variáveis- Sistema 5 barras – Carga Pesada

Trans.	Pd	MSDG		MCDG	
		OTC	FTC	OTC	FTC
Trans.1	2,2400	128,9405	2.29592	128,9405	2,9592
Trans.2	1,4500	-0,9840	1,1350	-0,7433	1,2448
<i>Pool</i>	1,9000	23,8357	1,9058	23,5950	1,7428

De um modo geral, observa-se que para carga leve, os despachos de potência ativa e reativa, obtidos pelos Modelos Simplificado e Completo, foram bastante parecidos, principalmente no que se refere à parte reativa. Já para carga pesada, a variação foi maior justamente no despacho de potência reativa. Tal comportamento pode ser explicado ao se observar o perfil de tensão para a carga pesada e leve. Na carga pesada, a magnitude de tensão na barra 3 atingiu seu limite máximo (1,05 pu) enquanto que na carga leve, a magnitude era de 1,0335 pu. Essa discrepância, segundo GROSS (2003), já é suficiente para justificar diferenças nas tensões induzidas pela transação 2 (que engloba o gerador da barra 3) e nos despachos de potência reativa.

Pode-se concluir também que quanto mais folgado o sistema, mais próximos são os despachos de potência reativa, pois os requisitos de tensão são mais facilmente atingidos. A medida que a carga aumenta, a tensão também aumenta e a não-linearidade das equações de potência reativa se tornam mais evidentes, implicando em despachos muito diferentes entre os modelos simplificado e completo, ou seja, a influência da representação dos circuitos individuais por usuários que existe no modelo completo se diferencia do modelo simplificado. Assim, pelo próprio detalhamento do modelo completo os resultados desses são mais confiáveis do que o simplificado.

Quanto aos custos operacionais de transmissão, observando-se a Tabela 5.20, nota-se que o valor de OTC relativo à transação 1, assumiu valor bem maior para carga pesada e que o valor de OTC relativo à transação 2, assumiu valor negativo para carga pesada, quando comparados à situação de carga leve (Tabela 5.12). Essas alterações se devem a modificações significativas nos custos marginais (multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa). Por exemplo, o valor do multiplicador de

Lagrange relacionado à barra 2 (de carga) para carga leve é de 8,10 \$/pu e para carga pesada é de 63,80 \$/pu. Ou seja, como algumas restrições operacionais são atingidas, os valores de custos marginais por barra aumentam, provocando variações significativas nas alocações dos custos operacionais.

5.4 Resultados para Sistema de 14 barras

O sistema de 14 barras foi utilizado para se comparar e analisar os resultados dos modelos MSDG e MCDG considerando ou não contratos de potência reativa ($w_{dQ}=0$ e $w_{dQ}=100$).

5.4.1 Caso 3 (Contratos de Potência Ativa e Reativa: $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$)

5.4.1.1 Despacho de Geração para Sistema 14 barras – $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$

Os pesos utilizados foram $w_p=0$, $w_c=1$, $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$. Desse modo, o *pool* é despachado segundo a minimização do custo de geração e são considerados contratos de potência ativa e reativa.

O despacho ótimo de geração, as magnitudes e ângulos das tensões obtidos pelos dois modelos são idênticos e estão apresentados na Tabela 5.21.

Tabela 5.21: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG)e(MCDG)
Sistema 14 barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$

Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	-0,0000	1,0500	1,0770	0,1008
2	-0,0249	1,0403	1,9719	0,5042
3	-0,1769	0,9596	0	0
4	-0,1504	0,9908	0	0
5	-0,1232	0,9981	0	0
6	-0,2461	0,9740	0	0
7	-0,2323	1,0025	0	0
8	-0,2323	1,0025	0	0
9	-0,2745	1,0114	0	0
10	-0,2758	0,9965	0	0
11	-0,2646	0,9807	0	0
12	-0,2670	0,9601	0	0
13	-0,2727	0,9561	0	0
14	-0,3014	0,9633	0	0

A Tabela 5.22 mostra os valores despachados por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo.

Nesse caso, os valores alocados de potência reativa obedecem a um critério não centralizado, ou seja, nessa simulação estamos impondo que apenas os geradores de potência reativa desse usuário geram para atender as cargas reativas desse mesmo usuário.

Segundo a Tabela 5.22, percebe-se que os resultados entre os modelos são idênticos. Apesar do fato de que no Modelo Completo cada usuário é discriminado individualmente através de um circuito elétrico que contempla toda a rede elétrica.

Tabela 5.22: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas-Sistema 14 barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$

Barra	Modelo Simplificado			Modelo Completo		
	$Pg^b + iQg^b$	$Pg^m + iQg^m$	$Pg^{pool} + iQg^{pool}$	$Pg^b + iQg^b$	$Pg^m + iQg^m$	$Pg^{pool} + iQg^{pool}$
1	0,6817+0,3508i	0	0,3953-0,2500i	0,6817+0,3508i	0	0,3953-0,2500i
2	0	1,9060+0,3810i	0,0659+0,1232i	0	1,9060+0,3810i	0,0659+0,1232i
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0

A Tabela 5.23 mostra os valores das magnitudes de tensão nas barras por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo.

Tabela 5.23: Tensões Induzidas (**MSDG**)e(**MCDG**)-Sistema 14 barras - $w_{dp}=100$ $w_{dq}=100$

Barra	Magnitude de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	0,2152	0,4226	0,4365
2	0,1922	0,4330	0,4460
3	0,1862	0,3398	0,4416
4	0,1785	0,3759	0,4519
5	0,1796	0,3865	0,4505
6	0,1555	0,3724	0,4654
7	0,1731	0,3697	0,4735
8	0,1731	0,3697	0,4735
9	0,1728	0,3673	0,4852
10	0,1643	0,3666	0,4813
11	0,1601	0,3652	0,4724
12	0,1479	0,3687	0,4659
13	0,1489	0,3634	0,4649
14	0,1484	0,3655	0,4726

Segundo a Tabela 5.23 percebe-se que os valores são idênticos.

5.4.1.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$

As Tabelas 5.24 e 5.25 apresentam os fluxos de potência ativa fl^1 , fl^2 e fl^{pool} alocados à transação 1, 2 e ao *pool*, respectivamente, para cada linha, obtidos pelos modelos simplificado e completo.

Segundo as referidas Tabelas, os fluxos de potência ativa alocados aos usuários são maiores para os da transação 1 e *pool*, nota-se que as linhas 1-2 e 1-5 pertencentes aos respectivos usuários apresentam os maiores valores de alocações de fluxo, como seria de se esperar.

As discrepâncias foram da ordem de $\pm 1,2\%$ entre os modelos simplificado e completo. Para as alocações da transação 1, observa-se que na maioria das linhas as alocações foram idênticas, isto deve-se ao fato de que na maioria das barras as tensões induzidas são as mesmas.

Tabela 5.24: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MSDG)-Sistema 14barras- $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$

Elemento	Fluxo Ativo ij [pu]		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1- 2	0,5360	0,2688	0,3083
1- 5	0,2311	0,2688	0,1616
2- 3	0,0576	0,7390	0,0749
2- 4	0,1233	0,5300	0,1284
2- 5	0,1080	0,4260	0,0985
3- 4	0,0558	0,2722	0,0721
5- 4	0,0720	0,4449	0,1265
4- 7	0,1576	0,1300	0,1344
4- 9	0,0904	0,0746	0,0771
5- 6	0,2669	0,1551	0,0996
6- 11	0,0220	0,0582	0,0408
6- 12	0,0561	0,0193	0,0119
6- 13	0,0917	0,0755	0,0466
7- 8	0	0	0
7- 9	0,1594	0,1316	0,1360
9- 10	0,1306	0,0351	0,0488
9- 14	0,1432	0,0217	0,0467
10-11	0,0225	0,0345	0,0480
12-13	0,0083	0,0190	0,0118
13-14	0,0231	0,0205	0,0329

Tabela 5.25: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (MCDG) - Sistema 14barras- $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=100$

Elemento	Fluxo Ativo ij [pu]		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1- 2	0,5360	0,2688	0,3083
1- 5	0,2311	0,2688	0,1616
2- 3	0,0577	0,7391	0,0749
2- 4	0,1233	0,5300	0,1284
2- 5	0,1080	0,4260	0,0985
3- 4	0,0557	0,2722	0,0721
5- 4	0,0720	0,4449	0,1265
4- 7	0,1576	0,1300	0,1344
4- 9	0,0904	0,0746	0,0771
5- 6	0,2669	0,1551	0,0995
6- 11	0,0220	0,0582	0,0407
6- 12	0,0561	0,0193	0,0119
6- 13	0,0916	0,0754	0,0466
7- 8	0	0	0
7- 9	0,1595	0,1315	0,1360
9- 10	0,1306	0,0351	0,0487
9- 14	0,1431	0,0217	0,0467
10-11	0,0225	0,0346	0,0480
12-13	0,0084	0,0190	0,0118
13-14	0,0230	0,0205	0,0328

Segundo as Tabelas 5.24 e 5.25 percebe-se que os valores são bastante próximos.

5.4.1.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$

A Tabela 5.26 apresenta as alocações de perdas: *Perda* e *PerdaZ*. Percebe-se na referida Tabela, que os valores tanto para o modelo Simplificado quanto para o Completo são idênticos.

Tabela 5.26: Alocação de Perdas de Potência Ativa - Sistema 14barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$

Usuário	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>
	-0,0135	0,0272	-0,0135	0,0272
Trans.2	0,0747	0,0806	0,0747	0,0806
<i>Pool</i>	0,0671	0,0204	0,0671	0,0204
Total	0,1282	0,1282	0,1282	0,1282

5.4.1.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 14barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$

A Tabela 5.27 apresenta os valores de OTC (custo operacional de transmissão) e FTC (custo fixo de transmissão) obtidos para cada usuário da rede e para ambos os modelos. Os custos fixos por linha são iguais a 1\$.

Obedecendo aos conceitos e a mesma linha de raciocínio visto no item 5.3.1.2 observa-se que os custos operacionais de transmissão (OTC) dos usuários para ambos os modelos são iguais.

Tabela 5.27: Alocação de Custos Fixos e Variáveis- Sistema 14barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=100$

Trans.	Pd	MSDG		MCDG	
		OTC	FTC	OTC	FTC
Trans.1	0,6817	1,4887	1,9221	1,4887	1,9221
Trans.2	1,9060	4,5664	3,1258	4,5664	3,1258
<i>Pool</i>	0,3330	-2,4202	-1,4131	-2,4202	-1,4131

5.4.2 Caso 4 (Contratos de Potência Ativa : $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$)

5.4.2.1 Despacho de Geração para Sistema 14 barras – $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

Os pesos utilizados foram $w_p=0$, $w_c=1$, $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$. Assim, o *pool* também é despachado segundo a minimização do custo de geração e são considerados apenas contratos de potência ativa. O despacho ótimo de geração, as magnitudes e ângulos das tensões obtidos pelos dois modelos são idênticos e estão apresentados na Tabela 5.28.

Tabela 5.28: Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do (MSDG)e(MCDG)
Sistema 14 barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	0,0000	1,0500	1,0780	-0,1096
2	-0,0278	1,0500	1,9690	0,6868
3	-0,1768	0,9699	0	0
4	-0,1508	1,0002	0	0
5	-0,1238	1,0066	0	0
6	-0,2442	0,9841	0	0
7	-0,2311	1,0132	0	0
8	-0,2311	1,0132	0	0
9	-0,2725	1,0225	0	0
10	-0,2737	1,0076	0	0
11	-0,2626	0,9914	0	0
12	-0,2647	0,9705	0	0
13	-0,2703	0,9667	0	0
14	-0,2986	0,9745	0	0

A Tabela 5.29 mostra os valores despachados por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo. Os despachos dos contratos foram idênticos para ambos os modelos.

Tabela 5.29: Despacho de Potência Ativa e Reativa Geradas (**MSDG**)e(**MSDG**)
Sistema 14 barras - $w_{dp}=100$ e $w_{dq}=0$

Barra	Pg + jQg		
	Transação 1	Transação 2	Pool
1	0,6817-j0,0548	0	0,3963-j0,0548
2	0	1,9060+j0,3433	0,0630+j0,3434
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0
14	0	0	0

A Tabela 5.30 mostra os valores das magnitudes de tensão nas barras por usuários tanto para o Modelo Simplificado quanto para o Modelo Completo. Pode-se observar por essas tabelas que os valores para as tensões induzidas de ambos os modelos (Simplificado e Completo) são idênticos pois os valores despachados por usuários são também idênticos.

Tabela 5.30: Tensões Induzidas (**MSDG**) e(**MSDG**)
Sistema 14 barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

Barra	Magnitude de Tensão		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	0,5901	0,4474	0,1126
2	0,5819	0,4572	0,1283
3	0,5856	0,3669	0,1352
4	0,5837	0,4030	0,1419
5	0,5811	0,4132	0,1382
6	0,5648	0,4011	0,1647
7	0,6002	0,3993	0,1646
8	0,6002	0,3993	0,1646
9	0,6096	0,3979	0,1769
10	0,5948	0,3969	0,1746
11	0,5802	0,3948	0,1695
12	0,5542	0,3976	0,1678
13	0,5578	0,3925	0,1701
14	0,5655	0,3955	0,1802

5.4.2.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

A Tabela 5.31 apresenta os fluxos de potência ativa fl^1 , fl^2 e fl^{pool} alocados à transação 1, à 2 e ao *pool*, respectivamente, para cada linha, obtidos pelos modelos simples e completo. Observa-se que os fluxos são iguais devido ao fato dos despachos de potência ativa e reativa serem iguais.

Tabela 5.31: Alocação de Fluxo de Potência Ativa (**MSDG**) e(**MSDG**)
 - Sistema 14barras – $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

Elemento	Fluxo Ativo ij [pu]		
	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1- 2	0,4774	0,2654	0,2707
1- 5	0,2066	0,2654	0,1466
2- 3	0,0722	0,7367	0,1123
2- 4	0,1269	0,5286	0,1416
2- 5	0,1004	0,4246	0,1141
3- 4	0,0543	0,2734	0,0375
5- 4	0,1221	0,4445	0,1191
4- 7	0,1701	0,1293	0,1248
4- 9	0,0977	0,0742	0,0715
5- 6	0,2174	0,1525	0,1180
6- 11	0,0690	0,0574	0,0337
6- 12	0,0514	0,0191	0,0141
6- 13	0,0786	0,0745	0,0551
7- 8	0	0	0
7- 9	0,1724	0,1310	0,1263
9- 10	0,1746	0,0370	0,0290
9- 14	0,1683	0,0231	0,0181
10-11	0,0706	0,0365	0,0286
12-13	0,0124	0,0188	0,0139
13-14	0,0312	0,0218	0,0321

5.4.2.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

A Tabela 5.32 apresenta as alocações de perdas: *Perda* e *PerdaZ*, que como esperado, são idênticos para ambos os modelos.

Tabela 5.32: Alocação de Perdas de Potência Ativa - **Sistema 14barras** - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

Usuário	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>
	0,0652	0,0262	0,0652	0,0262
Trans.2	0,0798	0,0790	0,0798	0,0790
<i>Pool</i>	-0,0187	0,0211	-0,0187	0,0211
Total	0,1263	0,1263	0,1263	0,1263

5.4.2.4 Alocação de Custos de Transmissão para Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$

A Tabela 5.33 apresenta os valores de OTC (custo operacional de transmissão) e FTC (custo fixo de transmissão) obtidos para cada usuário da rede e para ambos os modelos. Os custos fixos por linha são iguais a 1\$.

Tal como esperado, os valores de OTC e FTC são idênticos para os modelos simplificado e completo.

Tabela 5.33: Alocação de Custos Fixos e Variáveis- **Sistema 14barras - $w_{dP}=100$ e $w_{dQ}=0$**

Trans.	Pd	MSDG		MCDG	
		OTC	FTC	OTC	FTC
Trans.1	0,6817	1,4617	-0,1105	1,4617	-0,1105
Trans.2	1,9060	4,5227	2,9530	4,5227	2,9529
<i>Pool</i>	0,3330	-2,3848	0,7572	-2,3848	0,7573

Da análise do Caso 4, com despacho centralizado de potência reativa, mostrou-se que os resultados entre os modelos MSDG e MCDG são idênticos para todas as variáveis analisadas.

A fim de se obter uma conclusão mais generalista, simulou-se também o caso de 182 barras, a ser ainda analisado, mas com os pesos $w_{dP}=1000$ e $w_{dQ}=0$, ou seja, também com despacho centralizado para a parte reativa. Obtiveram-se os mesmos resultados do caso 4, todas as variáveis calculadas foram iguais para ambos os modelos MSDG e MCDG.

Disso pode-se concluir que, em sendo todas as transações ativas plenamente despachadas, e assumindo-se um despacho centralizado de potência reativa, os modelos MSDG e MCDG apresentam resultados idênticos. Ou seja, a diferenciação entre as modelagens se dá apenas quando se minimiza o desvio dos contratos de potência reativa, onde a discriminação dos usuários por circuitos do modelo completo é sensível ao objetivo de resolver um circuito que aloque também uma porção de potência reativa específica além da potência ativa.

5.5 Resultados para Sistema de 182 barras

O sistema de 182 barras foi utilizado para se comparar e analisar os resultados dos modelos MSDG e MCDG considerando que as regiões geo-elétricas de cada estado atuam como empresas de energia que têm como objetivo despachar sua própria carga ativa e reativa ao mínimo custo de produção.

5.5.1 Despacho de Geração para Sistema de 182 barras

Para esse sistema, as gerações ativas e reativas obedecem tanto o critério de mínimo desvio de transação propostas, quanto o de mínimo custo de produção, tendo sido adotado os pesos $w_p = 0$, $w_c = 1$, $w_{dp} = w_{dq} = 1000$, ou seja, buscou-se fazer com que cada empresa gere o suficiente para suprir sua própria carga e os despachos obedecem aos critérios conjuntos de despachar transações ao menor custo de produção.

Tal como ocorrido no caso de 5 barras, o despacho ótimo de geração, os ângulos e magnitudes das tensões de barra obtidos pelos dois modelos são idênticos. As Tabelas 5.34 e 5.35 apresentam os despachos de potência ativa e reativa por usuário, calculados pelos modelos simplificado e completo. Os valores alocados são semelhantes para a parte ativa e quase iguais para a parte reativa, ou seja, para sistemas maiores, observou-se uma maior discrepância nos valores alocados de potência reativa, na ordem de $\pm 1\%$

Observando-se esses resultados, pode-se concluir que o modelo simplificado consegue atingir os mesmos valores de alocação do modelo completo para a parte ativa, no entanto, para a parte reativa, seus resultados tendem a ser ligeiramente diferentes. Isso pode ser devido ao carregamento do sistema, como ocorrido no sistema de 5 barras, ou pelo fato de que num sistema maior, a discriminação dos usuários tal como feito pelo modelo completo é mais significativa.

Tabela 5.34: Despacho de Potência Ativa por Usuário – Sistema de 182 barras

Barra	Modelo Simplificado			Modelo Completo		
	PR	SC	RS	PR	SC	RS
95			1,40			1,40
96			1,40			1,40
104		0,5625			0,5625	
105		0,5625			0,5625	
106		1,1667			1,1667	
107		0,8125			0,8125	
110		4,9178			4,9178	
111		0,5903			0,5903	
112		0,6903			0,6903	
116	0,5910			0,5910		
117	1,9700			1,9700		
118	0,3410			0,3410		
151			0,6000			0,6000
168		3,9546			3,9546	
169	2,0410			2,0410		
178			1,2066			1,2066

Tabela 5.35: Despacho de Potência Reativa por Usuário – **Sistema de 182 barras**

Barra	Modelo Simplificado			Modelo Completo		
	PR	SC	RS	PR	SC	RS
95			0,3816			0,3867
96			0,3822			0,3807
104		-0,1851			-0,1851	
105		-0,1851			-0,1851	
106		-0,1484			-0,1484	
107		-0,1730			-0,1730	
110		1,0025			1,0025	
111		0,0346			0,0346	
112		0,0398			0,0398	
116	-0,0576			-0,0573		
117	0,0108			0,0100		
118	-0,0620			-0,0615		
151			0.5922			0,5963
168		-1,0390			-1,0390	
169	0,5534			0,5534		
178			-1,1949			-1,1944

A Figura 5.2 apresenta as magnitudes de tensão induzidas pelo PR, a Figura 5.3 apresenta as magnitude de tensão induzidas por SC e a Figura 5.4 apresenta as magnitudes de tensão induzidas por RS.

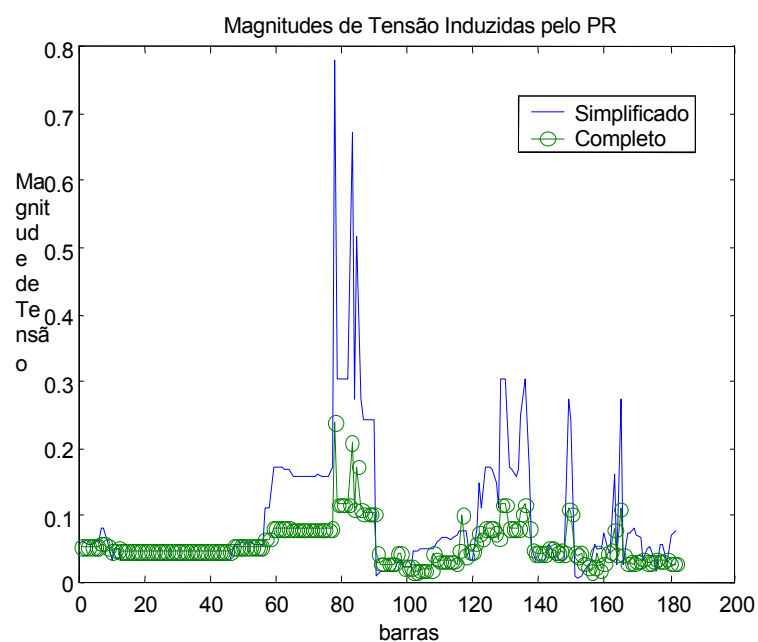


Figura 5.2 Magnitudes de tensão induzidas pelo o PR

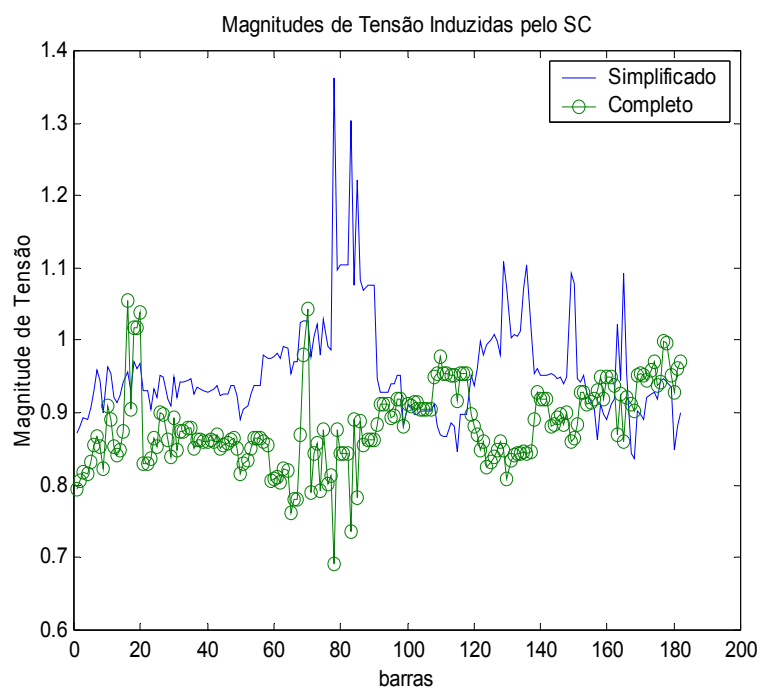


Figura 5.3 Magnitudes de tensão induzidas por SC

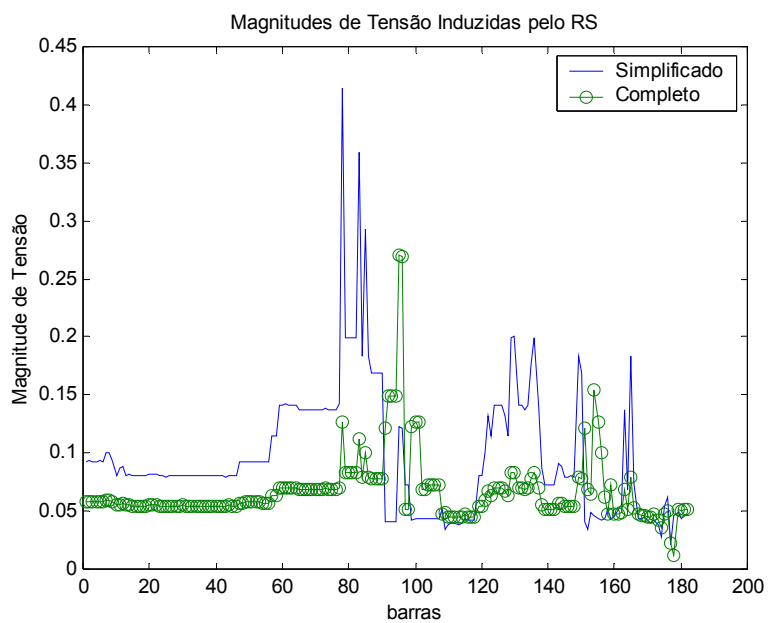


Figura 5.4 Magnitudes de tensão induzidas por RS

Segundo as Figuras 5.3 a 5.4, os valores das magnitudes de tensão induzidas por cada modelo, apresentam uma razoável variabilidade que é devida àquela observada pelo

despacho de potência reativa por usuário. Essa discrepância nos valores de tensões induzidas é compreensível lembrando da relação direta entre as magnitudes de tensão e o valores de potência reativa em um sistema elétrico de potência.

5.5.2 Alocação de Fluxos Potência Ativa para Sistema 182 barras

As Tabelas 5.36 e 5.37 mostram as alocações de fluxo de potência para algumas linhas de cada estado, tais como: linhas 175-162 e 169-175 do estado do Paraná, linhas 169-170 e 171-170 do estado de Santa Catarina e linhas 94-93 e 94-154 do estado do Rio Grande do Sul. Os resultados das alocações entre os dois modelos são bastante similares, na ordem de $\pm 1\%$, apesar das discrepâncias observadas nas magnitudes de tensão induzidas por usuários. Semelhantemente ao caso de 5 e 14 barras, nota-se que as linhas pertencentes aos respectivos usuários apresentam os maiores valores de alocações de fluxo, como seria de se espera.

Tabela 5.36: Alocação de Fluxo de Potência Ativa – Sistema 182 barras

Linha	Fluxo Total	Modelo Simplificado		
		f_l^{PR}	f_l^{SC}	f_l^{RS}
175-162	2,0658	1,5752	0,4842	0,0064
169-175	2,0339	1,2303	0,7293	0,0743
169-170	-3,4795	-1,0006	-2,3673	-0,1116
171-170	0,3704	-0,7546	1,0040	0,1210
94-93	0,1869	0,0000	0,0467	0,1401
94-154	-0,1919	-0,0000	-0,0517	-0,1401

Tabela 5.37: Alocação de Fluxo de Potência Ativa – Sistema 182 barras

Linha	Fluxo Total	Modelo Completo		
		f_l^{PR}	f_l^{SC}	f_l^{RS}
175-162	2,0658	1,5752	0,4834	0,0072
169-175	2,0339	1,2302	0,7285	0,0752
169-170	-3,4795	-1,0027	-2,3674	-0,1095
171-170	0,3704	-0,7546	1,0054	0,1196
94-93	0,1869	0,0000	0,0467	0,1401
94-154	-0,1919	0,0000	-0,0517	-0,1401

A fim de se analisar todas as linhas do sistema de 182 e não apenas algumas, as Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 apresentam as diferenças entre as alocações de fluxo de potência ativa para ambos os modelos.

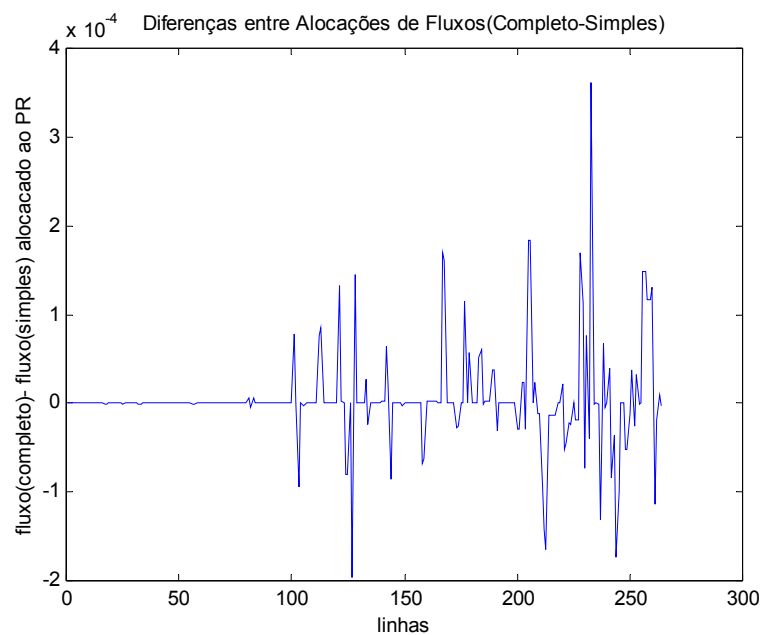


Figura 5.5 Diferenças entre Alocações de Fluxos de Potência Ativa (Completo-Simplificado) obtidas para o PR

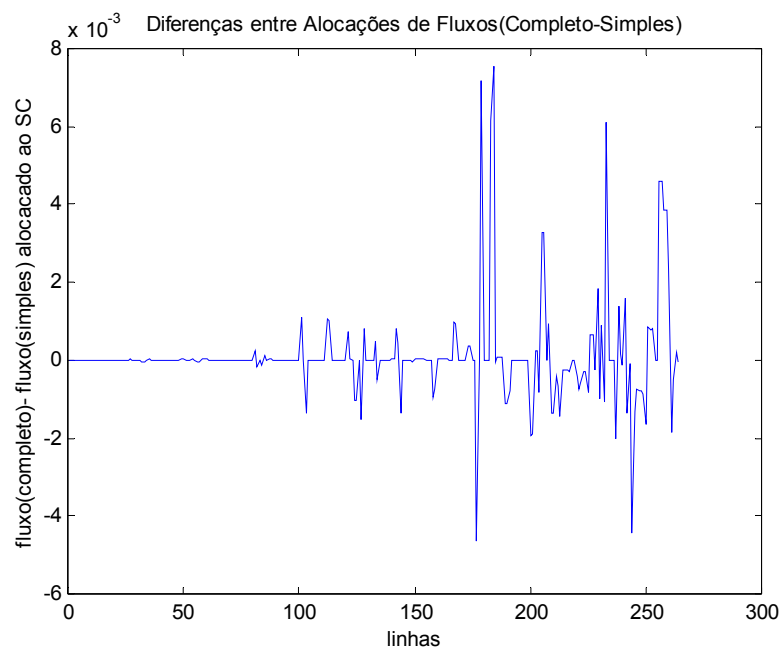


Figura 5.6 Diferenças entre Alocações de Fluxos de Potência Ativa (Completo-Simplificado) obtidas para o SC

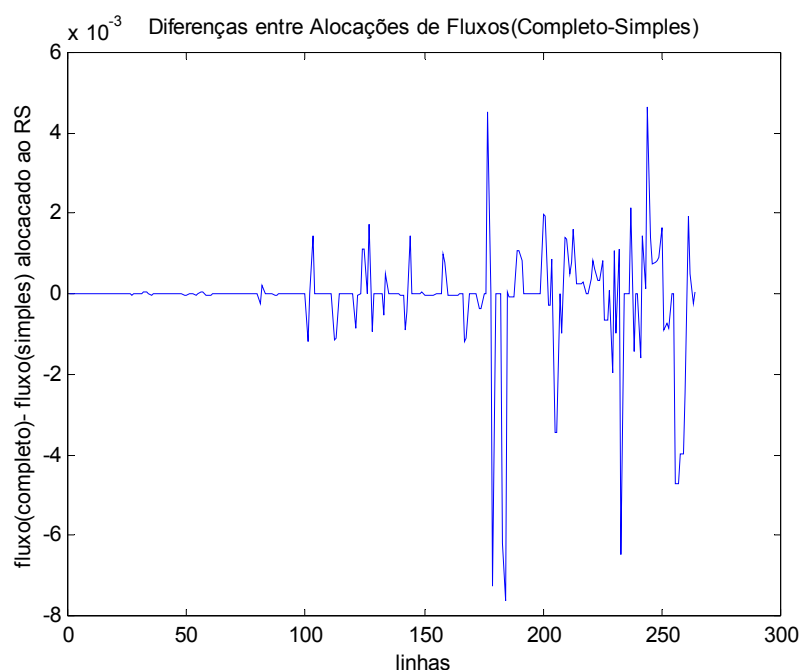


Figura 5.7 Diferenças entre Alocações de Fluxos de Potência Ativa (Completo-Simplificado) obtidas para o RS

Da análise dessas figuras, verifica-se que as diferenças são todas menores que 5×10^{-3} pu para todas as linhas, apesar dos valores de tensões induzidas calculados não o serem. Assim, conclui-se que os resultados entre os dois modelos são praticamente coincidentes.

5.5.3 Alocação de Perda Potência Ativa para Sistema 182 barras

Quanto à alocação de perdas (Tabela 5.38), observa-se que as diferenças entre as alocações realizadas para os dois modelos são também pequenas, na ordem de 0,5 a $\pm 1,6\%$.

Tabela 5.38: Alocação de Perdas de Potência Ativa- Sistema 182 barras

Usuário	Modelo Simplificado		Modelo Completo	
	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>	<i>Perda</i>	<i>PerdaZ</i>
	0,1176	0,0490	0,1182	0,0490
SC	-0,0030	0,0725	-0,0190	0,0727
RS	0,9579	0,9511	0,9733	0,9508
total	1,0725	1,0725	1,0725	1,0725

Observa-se na Tabela 5.38 que: (i) os valores das alocações obtidos pelo modelo *PerdaZ* para os dois modelos são bem próximos, (ii) para o modelo *Perda* há uma diferença de 600% na alocação de perda para o estado de Santa Catarina e (iii) os valores alocados de *Perda* para PR e SC são bastante distintos daqueles de *PerdaZ*. Esses resultados são devido às diferentes arbitrariedades embutidas em cada metodologia.

Como mencionada na seção anterior, repetiu-se a análise do caso de 182 barras apenas com contratos de potência ativa ($w_{dP}=1000$ e $w_{dQ}=0$) e os resultados obtidos foram semelhantes aos obtidos pelo caso apresentado anteriormente, ou seja, $w_{dP}=w_{dQ}=1000$.

A apresentação desse caso com maior número de barras, serviu para corroborar os resultados já obtidos pelos casos de 5 e 14 barras. Ou seja, a simplificação na obtenção das tensões induzidas utilizada no modelo MSDG, implica em pequenas variações em relação aos resultados obtidos pelo modelo completo, que é aquele cujos usuários são representados através de circuitos elétricos individualizados.

5.6 Análise do Tempo Computacional

A principal consideração colocada para se desenvolver o presente trabalho, ou seja, desenvolver o método simplificado é a de que o mesmo apresenta menor esforço computacional, comparando-o com os resultados obtidos pelo método completo.

A Tabela 5.39 compila os tempos computacionais despendidos por cada um dos casos analisados, bem como os números de iterações necessárias para convergência dos mesmos, a fim de comprovar a consideração de que se ganha em rapidez com a utilização do MSDG.

Tabela 5.39: Tempos Computacionais e Número de Iterações

Sistema	MSDG		MCDG	
	tempo_cpu [s]	nº iterações	tempo_cpu [s]	nº iterações
5 barras	0,516	12	0,328	10
14 barras	0,375	11	0,438	11
182 barras	224,000	24	640,000	30

O caso de 5 barras não apresenta resultado conclusivo pois, especificamente para esse caso, o número de iterações para o modelo completo é menor, e por ser o sistema muito pequeno, o resultado é antagônico ao que se esperava. O caso de 14 barras, apesar de consistente, por também ser muito pequeno, não apresenta uma diferença de esforço computacional significativa. Já para o caso de 182 barras, a análise pode ser mais conclusiva, pois sendo um sistema maior, apresenta um resultado dentro que se esperava, ou seja, o esforço computacional despendido pelo modelo simplificado é 85% menor do que o modelo completo.

5.7 Considerações Finais

Fazendo-se uma análise global dos resultados pode-se observar que as soluções finais dos dois modelos são iguais e que as alocações de despachos e demais serviços são bastante semelhantes, quer se considere: (i) despacho apenas de transações de potência ativa ou de transações de potência ativa e reativa e, (ii) sistema de pequeno ou médio porte. A única ressalva observada quanto aos resultados apresentados foi quanto às condições de carregamento, pois os resultados apresentados para o sistema de 5 barras com carga pesada não foram tão satisfatórios em relação ao despacho de potência reativa quanto os demais apresentados.

O fato das gerações totais serem iguais é compreensível, pois as funções objetivo usadas nos modelos são as mesmas.

No modelo completo, cada usuário é discriminado individualmente através de um circuito elétrico que contempla toda a rede elétrica e sua influência sobre ela. Já no modelo simplificado, essa representação não é feita, sendo que a solução ótima para os despachos individuais é obtida de modo a apenas satisfazer o valor de geração proposto. Este fato justifica as diferenças observadas nos valores das gerações associadas aos diferentes usuários.

Quanto às alocações de fluxos e perdas, pode-se dizer que os resultados são tão mais próximos entre si quantos forem próximos os resultados dos despachos por usuários obtidos pelos modelos simplificado e completo, pois a partir desses despachos é que se calculam as

tensões induzidas que por sua vez são utilizadas para se realizar as alocações de fluxos e perdas.

Assim, conclui-se, tanto para pequenos sistemas de 5 barras até sistemas maiores de 182 barras, que os resultados obtidos pelo modelo simplificado são satisfatórios. No entanto, salienta-se que se dispendo de recursos computacionais mais poderosos, os resultados do modelo completo são de melhor qualidade devido a melhor discriminação dos usuários na rede elétrica, pois cada usuário é representado individualmente através de um circuito elétrico que engloba toda a rede elétrica e sua influência sobre ela.

Em se tratando de despacho de potência reativa centralizado, é indiferente a utilização de um ou outro modelo, desde que o tempo computacional não seja relevante na análise.

CAPÍTULO VI

Conclusão

6.1 Introdução

Este trabalho apresentou a formulação de um modelo não-linear para despacho ótimo de potência em sistemas que operam sob diversos tipos de mercado. O modelo tem como característica a consideração dos vários usuários do sistema que podem ser o próprio mercado de curto prazo (*pool*), transações de potência (bilaterais ou multilaterais), empresas concessionárias de energia ou regiões geo-elétricas. Os tipos de mercado modelados podem ser o *pool*, bilateral e *pool*-bilateral.

Esse despacho de geração baseado no modelo linear e desenvolvido em (GALIANA e ILIC, 1996) introduz equações não lineares de balanço de potência ativa e reativa. Em síntese, apresenta uma formulação simplificada do modelo completo de despacho ótimo de geração proposto por (FERNANDES e ALMEIDA, 2003), e descreve metodologias de alocação de fluxos e perdas na transmissão.

6.2 Resumo de Contribuições

Os resultados dessa dissertação trazem as seguintes contribuições:

(i) Desenvolvimento de um Fluxo de Potência Ótimo para despacho de transações de potência ativa e reativa, nomeado de MSDG, que diferentemente do modelo já proposto na literatura (MCDG), trabalha com simplificações quanto a representação das transações de potência. Basicamente a diferença se refere ao número de equações de balanço de potência ativa e reativa consideradas. Enquanto que no modelo aqui desenvolvido, trabalha-se com nb equações de balanço de potência ativa e reativa, no modelo MCDG trabalha-se com $nb * ntr$ equações de balanço de potência ativa e reativa.

Esse modelo MSDG é capaz de considerar tanto transações de potência ativa quanto de ativa e reativa simultaneamente. Apesar dos mercados bilaterais existentes no mundo serem compostos apenas de transações ativas, optou-se pela representação também das reativas a fim de tornar o modelo mais generalizado;

(ii) Diferentemente do modelo detalhado proposto em (Fernandes e Almeida, 2003), que fornece os valores de geração de potência ativa e reativa e tensões induzidas por usuários, o modelo implementado em (i), por ser mais simplificado, apenas fornece os valores de geração de potência ativa e reativa por usuário. Já que os valores das tensões induzidas por usuários são necessários para proceder à alocação de perdas e fluxos, foi apresentada uma metodologia para obtenção das mesmas a partir do despacho fornecido pelo modelo simplificado, realizando-se uma interpretação dos mesmos.

(iii) Implementação de metodologias para alocação de fluxos e perdas na transmissão que utilizam dados fornecidos pela formulação de despacho de geração simplificado.

(iv) Implementação de metodologias para alocação de custos fixos e operacionais de transmissão.

(v) Análise dos resultados referentes ao modelo simplificado implementado na dissertação e o mais completo desenvolvido por FERNANDES (2004).

Basicamente, este trabalho buscou encontrar uma maneira alternativa para se despachar usuários de um mercado *pool*-bilateral, propôs uma estratégia para se obter as tensões induzidas por esses usuários a partir do despacho calculado, que por sua vez foram utilizadas para alocar fluxos e perdas de potência ativa entre os mesmos.

Os resultados, quando comparados com o modelo (MCDG) mais detalhado e descrito na literatura, foram satisfatórios e com menor esforço computacional, o que o classifica para estudos em tempo real. Observou-se que as soluções finais dos dois modelos são iguais e que as alocações de despachos e demais serviços são bastante semelhantes, quer se considere: (i) despacho apenas de transações de potência ativa ou de transações de potência ativa e reativa e, (ii) sistema de pequeno ou médio porte.

A única restrição quanto ao uso do modelo MSDG se refere a sistemas muito esterçados, ou seja, com carga muito elevada, pois os resultados obtidos nessas condições não foram tão satisfatórios em relação ao despacho de potência reativa.

Salienta-se, ainda que, dispondo-se de recursos computacionais mais poderosos, os resultados do modelo completo são de melhor qualidade devido a melhor discriminação dos usuários na rede elétrica, pois cada usuário é representado individualmente através de um circuito elétrico que engloba toda a rede elétrica e sua influência sobre ela.

6.3 Recomendações para Trabalhos Futuros

Abaixo são indicados alguns pontos que podem ser estudados na continuidade desta dissertação:

(i) Desenvolvimento de metodologia para discriminar apenas o usuário que se deseja analisar deixando os demais em um conjunto único. Presentemente, o número de conjuntos de nb equações de balanço de potência ativa e reativa equivale ao número de usuários considerados. Com essa proposição, pretende-se diminuir o número de conjuntos a apenas dois, um que engloba todo o sistema e um segundo que discrimina apenas o usuário de interesse.

(ii) Realização de estudos no sentido de se cortar carga de usuários em situação de congestionamentos através do modelo simplificado de despacho de geração.

(iii) Introdução de limites de potência aparente nas linhas no modelo simplificado de despacho de geração.

(iv) Introdução de *taps* de transformadores, compensadores shunt, geradores síncronos e dispositivos FACTS no modelo simplificado de despacho de geração.

(v) Extensão do modelo completo e simplificado para sistemas hidrotérmicos.

(vi) Análise de confrontação entre mercados centralizados e não centralizados, bem como estudos de melhor composição percentual entre contratos de longo prazo e mercado de curto-prazo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERIZZI, Alberto, BOVO, Cristian, MARANINO, Paolo; 2001. Allocation of Transmission Losses in Presence of Both Bilateral and Pool Market Models. *IEEE Power Engineering Society International Conferencion* (May), p. 336-341.

BIALEK, J.; 1996. Tracing the Flow of Electricity. *IEEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution*, v. 143, n. 4 (July), p. 313-320.

CARAMANIS, M. C.; BOHN, R. E., SCHWEPPE, F. C.; 1986. The Costs of Wheeling and Optimal Wheeling Rates. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-1, n. 1 (Feb), p. 63-73.

CARVALHO, Ricardo J.; 1999. *O Fluxo de Potência Ótimo: Algoritmos de Pontos Interiores, Abordagem Multi-Objetivo e Aplicação de Transformações Ortogonais*. Florianópolis. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

CONEJO, Antonio; GALIANA, Francisco; KOCKAR, Ivana; 2001. Z-bus Loss Allocation.en Access. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 1 (Feb), p. 105-110.

DEKRAJANPETCH, Somgiat; SHEBLE, Gerald; 1999. Interior-Point Programming Algorithm for Auction Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2 (May), p. 572-578.

DAVID, A. K.; 1998. Dispatch Methodologies for Open Access Transmission Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.13, n. 1 (Feb), p. 46-53.

FANG, R.S; DAVID, A. K.; 1999. Optimal Dispatch under Transmission Contracts. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2 (May), p. 732-737.

FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2002. A Methodology for Loss and Line Flow Allocation under a Pool-Bilateral Market. *Proceedings of the 14th Power Systems Computation Conference*, (June 2002: Sevilla, Spain), session 23, paper 2, p 1-7.

FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2003^a. A Methodology for Optimal Power Dispatch under a Pool-Bilateral Market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.18, n.1 (Feb), p. 182-190.

FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2003^b. Power Transfer Capability and Transmission Pricing via an Alternative Optimal Power Dispatch Model. *Power Tech Conference Proceedings 2003* (June: Bologna, Italy).

FERNANDES, T. S. P.; 2004. *Um Modelo de Despacho Ótimo de Geração para Sistema Multi-Usuários*. Florianópolis. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, UFSC.

FIACCO, A. V.; McCORMICK, G. P.; 1968. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*: John Wiley & Sons.

GALIANA, Francisco D.; KOCKAR, Ivana; FRANCO, Pablo C.; 2002. Combined Pool/Bilateral Dispatch – Part I: Performance of Trading Strategies. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 17, n.1 (Feb), p. 92-99.

GALIANA, Francisco D.; ILIC, Marija; 1996. A Mathematical Framework for Analysis and Management of Power Transactions under Open Access. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 13, n.2 (May), p. 681-687.

GARZILLO, M. Innorta ; M. Ricci; 1998. The problem of the Active and Reactive Optimum Power Dispatching Solved by Utilizing a Primal – Dual Interior point Method *Electrical Power & Energy Systems*, v. 20, n.6, p. 427 – 434 .

GRANVILLE, Sergio; 1994. Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 9, n. 2 (May), p. 136-146.

GRANVILLE, Sergio; 1992, CEPEL, RJ Application of Nonlinear programming Techniques to Power Systems Planning and Operation. *IX CBA - Workshop -Aplicações de Técnicas de Otimização*, p.14-18.

GROSS, George; TAO, Shu; 2000. A Physical-Flow-Based Approach to Allocating Transmission Losses in a Transaction Framework. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 15, n. 2 (May), p. 631-637.

IREQ, M. Huneault; GALIANA, Francisco D.; G. GROSS ; 1999. A Review of Restructuring in the Electricity Business. *13th Power Systems Computation Conference, Trondheim, Norway*, June 1999, p. 19-29.

H. H. Happ ; 1977 .Optimal Power Dispatch – A Comprehensive survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus Systems*, v. pas- 96, n° 3, May/June, p. 841-854.

HUANG, Garng; ZHANG, H.; 2001. Transaction Based Power Flow Analysis for Transmission Utilization Allocation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.15,n.2(May), p. 1139-1145.

KIRSCHEN, Daniel; ALLAN, Ron; STRBAC, Goran; 1997. Contributions of individual Generators and Loads to Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1 (Feb), p. 52-58.

MOMOH, James; GUO, S. X.; ADAPA, R.; 1994. The Quadratic Interior Point Method Solving Power System Optimization Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3 (Aug), p. 1327-1335.

PADHY, Narayana Prasad ; SOOD, Yog Raj ; A.M., Abdel Moamen ; KUMAR, Maruthi ;

GUPTA , H. O ; (2002). A Hybrid Model for Congestion Management with Real and Reactive Power Transaction. *IEEE Transactions on Power Systems* ,p. 1366-1372 .

QUINTANA, Victor; TORRES, Geraldo; PALOMO, José; 2000. Interior-Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications and Software Codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.5, n. 1 (Feb.), p. 170-176.

SINGH, Harry; HAO, Shangyou; PAPALEXOPOULOS, Alex; 1998. Transmission Congestion Management in Competitive Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2 (May), p. 672-680.

SINGH H. K.; SRIVASTAVA S. C.; (2002). A Sensitivity based Network Reduction Technique for power transfer Assessment in Deregulated Electricity Environment. . *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1976-1981.

WU, Yu-Chi; DEBS, Atif; MARSTEN, Roy; 1994. A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2 (May), p. 876-883.

WU, Felix; VARAIYA, Pravin; 1995. *Coordinated Multilateral Trades for Electric Power Networks*. Internal Report, Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, University of Berkley.

ZOBIAN, A; ILIC, M; 1997. Unbundling of Transmission and Ancillary Services. Part I & II. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2 (May), p. 539-548.

Apêndice A

Resolução Matemática do Problema de Despacho Ótimo de Potência

A.1 O Método de Pontos Interiores

Desde a década de oitenta, vêm surgindo muitos trabalhos que aplicam o Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual na resolução de problemas de otimização em Sistemas Elétricos de Potência com bons resultados, o que levou à utilização do mesmo no problema de despacho ótimo implementado nessa monografia.

Os métodos de Pontos Interiores se baseiam em transformar as restrições de desigualdade de um problema de otimização em restrições de igualdade por meio da introdução de variáveis de folga não-negativas. Estas, por sua vez, são justapostas à função objetivo através da introdução da função barreira logarítmica. A função Lagrangeana é então montada para o problema modificado, considerando-se tanto as restrições de igualdade originais quanto as restrições de desigualdade modificadas. As condições necessárias de otimalidade de primeira ordem ou condições de Karush Kuhn Tucker (KKT) são derivadas com base nessa função Lagrangeana e o algoritmo de otimização busca obter o ponto solução destas condições.

A.2 O Problema de Despacho de Geração

O problema de despacho de geração pode ser representado de forma genérica como:

$$\min f(\mathbf{u}) \quad (\text{A.1})$$

s. a

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{h}^{\max} \quad (\text{A.3})$$

onde:

u: vetor de variáveis de otimização composto pela geração de potência ativa e reativa, tensões nas barras e outros.

f(u): função objetivo a ser otimizada;

g(u): vetor de restrições de igualdade que representam as equações de balanço de potência ativa e reativa descritas;

h(u): vetor de restrições de desigualdade, composto pelos limites físicos e operacionais.

Para utilizar os métodos de Pontos Interiores aplicam-se ao problema (A.1)-(A.3) os seguintes procedimentos:

a) Transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga.

As restrições passam a ser representadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{A.5})$$

Sendo que \mathbf{s}^{\min} e \mathbf{s}^{\max} são vetores de variáveis de folga estritamente positivas.

b) A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A função barreira penaliza as estimativas de solução que se encontram próximas aos limites das desigualdades, ou ainda, associadas às variáveis de folga próximas de zero.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] \quad (\text{A.6})$$

sujeito a

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{A.9})$$

onde

ndes: número de restrições de desigualdade

μ : parâmetro barreira ($\mu \geq 0$).

A função Lagrangeana associada a este problema é:

$$L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) = f(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{u}) + \\ + (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min}] + (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max}] \quad (\text{A.10})$$

onde

$\boldsymbol{\lambda}$: vetor de dimensão $(nig \times 1)$ composto pelos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade;

$\boldsymbol{\pi}^{\min}$: vetor de dimensão $(ndes \times 1)$ composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites mínimos;

$\boldsymbol{\pi}^{\max}$: vetor de dimensão $(ndes \times 1)$ composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites máximos;

nig : número de restrições de igualdade.

O novo problema de otimização passa a ser:

$$\min L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) \quad (\text{A.11})$$

sujeito a

$$\mathbf{s}^{\min} > 0, \mathbf{s}^{\max} > 0 \quad (\text{A.12})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\max} \geq 0, \boldsymbol{\pi}^{\min} \leq 0 \quad (\text{A.13})$$

sendo as restrições (A.12) e (A.13) impostas para que a equivalência com o problema (A.1)-(A.3) seja mantida.

A.3 Condições de Otimalidade

Um ponto $\mathbf{z} = [\mathbf{u}^T \ \boldsymbol{\lambda}^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T \ (\mathbf{s}^{\min})^T \ (\mathbf{s}^{\max})^T]$ é solução do problema (A.11)-(A.13) somente se (LUENBERGER,1988):

a) Satisfaz as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem, ou condições de KKT (para que as expressões matemáticas presentes nas condições de KKT e nos algoritmos descritos sejam compactas, neste capítulo, foi usado o operador ∇ para representar derivadas parciais de funções):

$$\nabla_{\mathbf{u}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow \nabla_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.14})$$

$$\nabla_{\lambda} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.15})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{A.16})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{A.17})$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{A.18})$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{s}^{\min} > \mathbf{0} \quad , \mathbf{s}^{\max} > \mathbf{0} \quad (\text{A.20})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\min} \leq \mathbf{0} \quad , \boldsymbol{\pi}^{\max} \geq \mathbf{0} \quad (\text{A.21})$$

sendo

$\mathbf{e} = [1 \ 1 \ 1 \dots 1]^T$, com dimensão $(ndes \times 1)$;

\mathbf{S}^{\min} e \mathbf{S}^{\max} : matrizes diagonais compostas pelos elementos de \mathbf{s}^{\min} e \mathbf{s}^{\max} , respectivamente.

b) Hessiana do Lagrangeano L'

$$L'(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}) = f(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\pi}_A^T \cdot \mathbf{h}_A(\mathbf{u}) \quad (\text{A.22})$$

onde $\mathbf{h}_A(\mathbf{u})$ é o vetor das restrições de desigualdades ativas e $\boldsymbol{\pi}_A^T$ é o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange associados a essas restrições, é definida positiva no espaço nulo do Jacobiano formado pelas restrições de igualdade e restrições de desigualdades ativas associadas a multiplicadores de Lagrange estritamente positivos.

O Método de Pontos Interiores se concentra em obter um ponto estacionário, isto é, que satisfaça as condições necessárias de otimalidade do item (a). Para se garantir que o ponto obtido seja um mínimo global de (A.1)-(A.3) as condições suficientes do item (b) devem ser testadas após a convergência do método.

No procedimento usado e na prática usual, entretanto, considera-se como ótimo o ponto solução das condições de KKT (BARBOZZA, 1997).

A.4 Algoritmo Primal Dual de Pontos Interiores

Após a transformação das restrições de desigualdade em igualdades, por meio da introdução de variáveis de folga e adição da função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis, os passos seguintes consistem em se obter os pontos estacionários da função Lagrangeana, utilizando-se o Método de Newton, e estabelecer critérios para atualização do parâmetro barreira, para inicialização das variáveis e teste de convergência.

A.4.1 Obtenção dos Pontos Estacionários

O primeiro passo na obtenção dos pontos que satisfazem a função Lagrangeana consiste em se fazer uma estimativa desta solução pela linearização das equações (A.14)-(A.19) utilizando-se o Método de Newton. Os incrementos obtidos em cada iteração deste método não podem ser usados diretamente no vetor \mathbf{z} , pois os mesmos podem violar as restrições de desigualdade. Assim, esses incrementos devem ser testados e, se necessário, modificados a fim de sempre se manter o vetor \mathbf{z} dentro da região de factibilidade do problema.

As etapas que devem ser seguidas a fim de se obter os pontos estacionários são as seguintes:

a) Inicialização das Variáveis

A fim de se começar o processo de otimização, é necessário a obtenção de uma estimativa inicial para as variáveis do problema. A escolha é feita de tal modo que as variáveis sejam estritamente internas aos limites impostos pelas restrições de desigualdade do problema. Para tanto, as variáveis \mathbf{u} são inicializadas pela metade da soma de seus valores máximos e mínimos; posteriormente, as variáveis de folga são calculadas a partir das equações (A.16) e (a.17) e, arbitrando um valor inicial para o parâmetro barreira μ , os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade são calculados a partir de (A.18) e (A.19). Para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade estimam-se valores quaisquer, como por exemplo, o vetor unitário.

b) Método de Newton

O sistema de equações (A.14) a (A.19) pode ser representado de forma compacta como:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.23})$$

Tomando uma aproximação linear do sistema (A.23) no ponto \mathbf{z}^\bullet tem-se:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^\bullet + \Delta\mathbf{z}) = \boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^\bullet) + \nabla_{\mathbf{z}}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^\bullet} \Delta\mathbf{z} \quad (\text{A.24})$$

como $\Delta\mathbf{z}$ deve ser tal que $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^\bullet + \Delta\mathbf{z}) = \mathbf{0}$, da expressão anterior tem-se que:

$$\nabla_{\mathbf{z}}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^\bullet} \Delta\mathbf{z} = -\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^\bullet) \quad (\text{A.25})$$

Em termos das variáveis do problema, \mathbf{u} , $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\pi}^{\min}$, $\boldsymbol{\pi}^{\max}$, \mathbf{s}^{\min} , \mathbf{s}^{\max} , a equação (A.25) pode ser escrita como:

$$\mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u} \\ \Delta\boldsymbol{\lambda} \\ \Delta\boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \Delta\boldsymbol{\pi}^{\max} \\ \Delta\mathbf{s}^{\min} \\ \Delta\mathbf{s}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}}f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}}L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}}L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}}L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}}L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{\min}}L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{\max}}L \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

onde \mathbf{W} é a matriz Jacobiana de $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z})$ com dimensão $(nz \times nz)$, sendo que nz é o número total de variáveis em \mathbf{z} , cuja expressão é:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}^{\min} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{\Pi}^{\min} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}^{\max} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

com:

$$L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 L = \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 f(\mathbf{u}) + \sum_{i=1}^{nig} \lambda_i \cdot \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 g_i(\mathbf{u}) + \sum_{j=1}^{ndes} (\pi_j^{\max} + \pi_j^{\min}) \cdot \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 h_j(\mathbf{u}) \quad (\text{A.28})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} = [L_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{A.29})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\min}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{A.30})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\max}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{A.31})$$

$$L_{\mathbf{s}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}}^2 L = -\mathbf{S}^{\min} \quad (\text{A.32})$$

$$L_{\mathbf{s}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}}^2 L = \mathbf{S}^{\max} \quad (\text{A.33})$$

$$L_{\mathbf{s}^{\min}\mathbf{s}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\min}\mathbf{s}^{\min}}^2 L = -\boldsymbol{\Pi}^{\min} \quad (\text{A.34})$$

$$L_{\mathbf{s}^{\max}\mathbf{s}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\max}\mathbf{s}^{\max}}^2 L = \boldsymbol{\Pi}^{\max} \quad (\text{A.35})$$

sendo

$\boldsymbol{\Pi}^{\min}$: matriz diagonal composta pelos elementos de $\boldsymbol{\pi}^{\min}$

$\boldsymbol{\Pi}^{\max}$: matriz diagonal composta pelos elementos de $\boldsymbol{\pi}^{\max}$

\mathbf{I} : matriz identidade

c) Atualização das Variáveis Primais e Duais

A determinação do ponto ótimo se faz através de um processo iterativo. A cada iteração, o sistema linear representado em (A.26) é resolvido, e, logo após, é determinado o comprimento do passo nos espaços primal (α_p) e dual (α_d), de modo que:

- as variáveis de folga sejam todas positivas;
- os multiplicadores de Lagrange sejam tais que: $\boldsymbol{\pi}^{\min} \leq \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\pi}^{\max} \geq \mathbf{0}$.

Desta forma, α_p e α_d são expressos como:

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta s_i^{\max} < 0} \frac{-s_i^{\max}}{\Delta s_i^{\max}}, \min_{\Delta s_i^{\min} < 0} \frac{-s_i^{\min}}{\Delta s_i^{\min}}, 1 \right] \quad (\text{A.36})$$

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_i^{\max} < 0} \frac{-\pi_i^{\max}}{\Delta \pi_i^{\max}}, \min_{\Delta \pi_i^{\min} > 0} \frac{+\pi_i^{\min}}{\Delta \pi_i^{\min}}, 1 \right] \quad (\text{A.37})$$

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser obtida pela seguinte atualização:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{s}^{\min} = \mathbf{s}^{\min} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{\min} \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{s}^{\max} = \mathbf{s}^{\max} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{\max} \quad (\text{A.40})$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\lambda} \quad (\text{A.41})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\max} = \boldsymbol{\pi}^{\max} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \quad (\text{A.42})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\min} = \boldsymbol{\pi}^{\min} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \quad (\text{A.43})$$

onde σ é uma constante que tem por finalidade garantir a interioridade da nova estimativa de solução, sendo fixada em 0,9995.

d) Atualização do Parâmetro Barreira

O último passo dentro de cada iteração é recalculer o valor do parâmetro barreira μ . Com os valores de $\boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}$, o cálculo do parâmetro μ é baseado no decréscimo do *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{(\mathbf{s}^{\max})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} - (\mathbf{s}^{\min})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min}}{2 \cdot n \cdot \beta} \quad (\text{A.44})$$

onde

n : número total de variáveis primais e duais

β : fator de aceleração (≥ 1).

e) Critérios de Convergência

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade (A.14) a (A.19) são satisfeitas e o *gap* de dualidade ou parâmetro de barreira é nulo. Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_\mu \quad (\text{A.45})$$

$$\max \left\| \nabla L \right\|_\infty \leq \varepsilon_L \quad (\text{A.46})$$

onde

$\left\| \nabla L \right\|_\infty$: representa a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana

ε_L e ε_μ : tolerâncias para o teste de convergência do método iterativo.

A.4.2 Algoritmo de Solução do Problema

A seguir é descrito o algoritmo para a solução do problema de otimização via Método Primal-Dual de Pontos Interiores:

Passo 0 : Inicializar as variáveis.

Passo 1: Calcular o gradiente da função Lagrangeana através das equações (A.14)-(A.19).

Passo 2: Testar critérios de convergência:

- Caso os critérios estejam satisfeitos, FIM. A solução ótima foi encontrada.
- Caso contrário, prosseguir ao **Passo 3**.

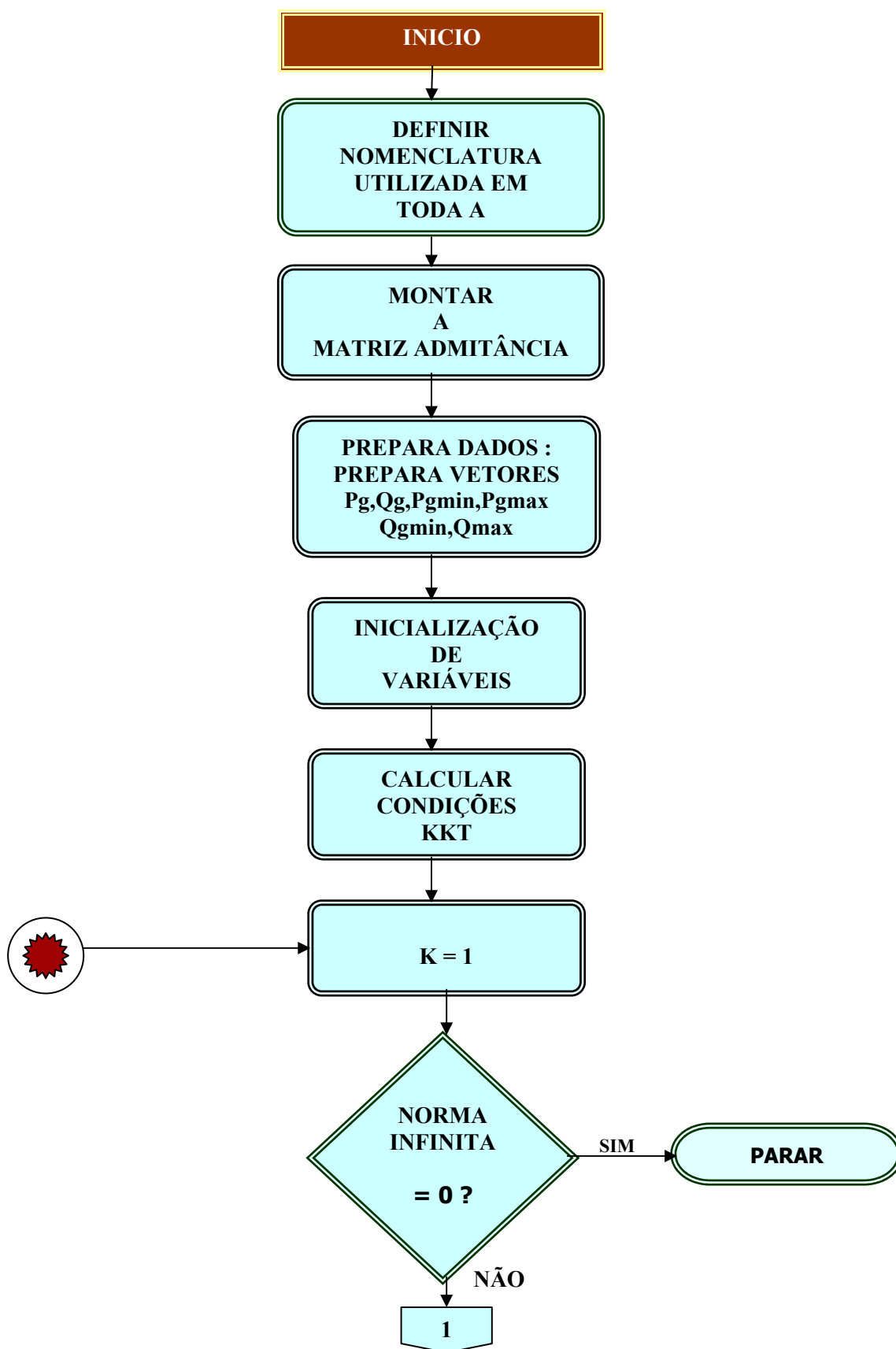
Passo 3: Resolver a equação matricial (A.26).

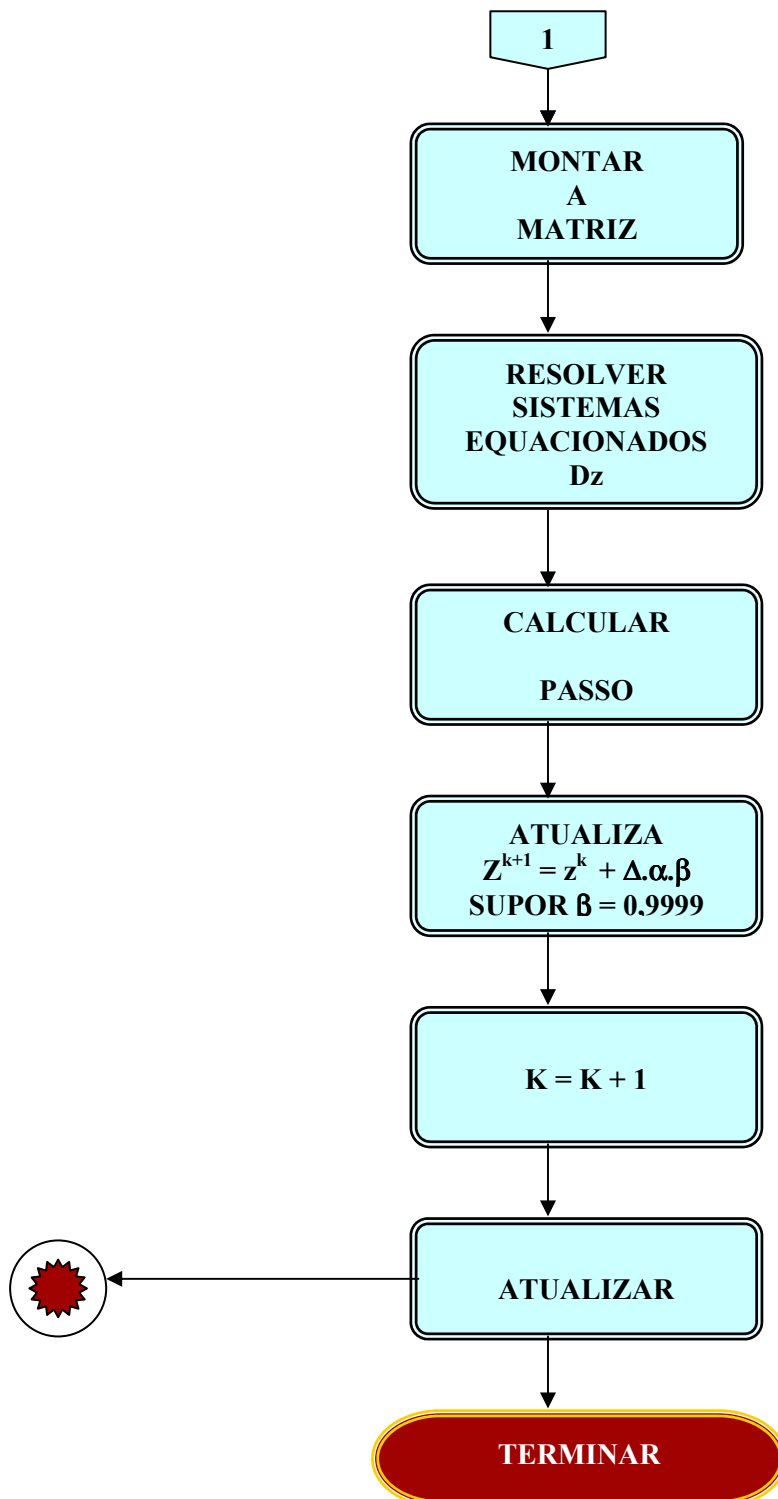
Passo 4: Determinar o comprimento dos passos nos espaço primal e dual, α_p e α_d , usando as equações (A.36) e (A.37).

Passo 5 : Atualizar todas as variáveis de acordo com equações (A.38) a (A.43).

Passo 6: Atualizar o parâmetro barreira μ de acordo com (A.44) e retornar ao **Passo 1**.

Fluxograma do Método dos Pontos Interiores





Apêndice B

Fluxos de Potência Ativa e Reativa

B.1 Modelagem de linhas (MONTICELLI,1983)

O modelo utilizado para representar uma linha de transmissão entre a barra i e a barra m é o equivalente π , representado na Figura B.1, definido por três parâmetros: resistência série rl_{im} , a reatância série xl_{im} e a susceptância shunt b_{im}^s .

A impedância do elemento série é:

$$\dot{z}_{im} = rl_{im} + j \cdot xl_{im} \quad (\text{B.1})$$

A admitância série é:

$$\dot{y}_{im} = g_{im} + j \cdot b_{im} = \dot{z}_{im}^{-1} = \frac{rl_{im}}{rl_{im}^2 + xl_{im}^2} - j \cdot \frac{xl_{im}}{rl_{im}^2 + xl_{im}^2} \quad (\text{B.2})$$

onde

\dot{y}_{im} : admitância série da linha;

g_{im} : condutância série da linha;

b_{im}^s : susceptância série da linha.

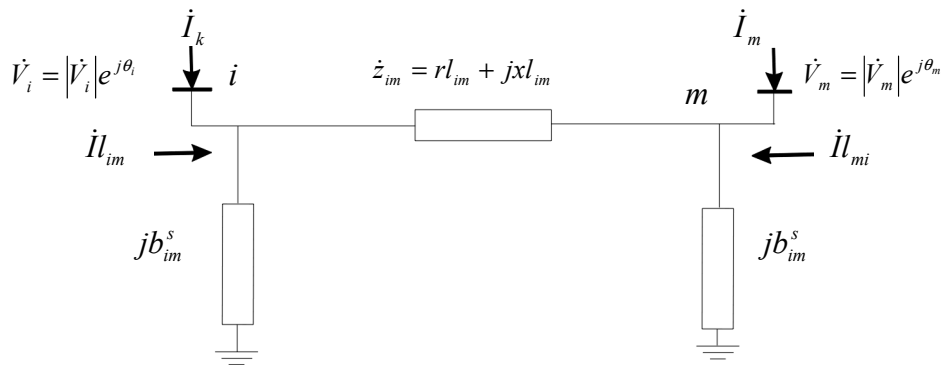


Figura B.1 Modelo equivalente π de uma linha de transmissão

A corrente \dot{I}_{im} (Figura B.1) que percorre a linha entre as barras i e m na direção i - m é formada por uma componente série e uma componente *shunt*, e pode ser calculada a partir das tensões terminais \dot{V}_i , \dot{V}_m e dos parâmetros do modelo equivalente π .

$$\dot{I}_{im} = \dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i - \dot{V}_m) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_i \quad (\text{B.3})$$

onde

\dot{I}_{im} : corrente total que percorre elemento entre as barras i e m , na direção i - m .

Analogamente, a corrente \dot{I}_{mi} é dada por:

$$\dot{I}_{mi} = \dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_m - \dot{V}_i) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_m \quad (\text{B.4})$$

onde

\dot{I}_{mi} : corrente total que percorre elemento entre as barras i e m , na direção m - i .

Os fluxos de potência complexa \dot{S}_{im} e \dot{S}_{mi} correspondentes são:

$$\dot{S}_{im} = Pl_{im} + j \cdot Ql_{im} = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_{im}^* = \dot{V}_i [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i - \dot{V}_m) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_i]^* \quad (\text{B.5})$$

$$\dot{S}_{mi} = Pl_{mi} + j \cdot Ql_{mi} = \dot{V}_m \cdot \dot{I}_{mi}^* = \dot{V}_m [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_m - \dot{V}_i) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_m]^* \quad (\text{B.6})$$

onde

$\dot{S}_{im}, \dot{S}_{mi}$: fluxo de potência aparente que percorre a linha, na direção i - m e m - i ;

Pl_{im}, Pl_{mi} : fluxo de potência ativa que percorre a linha, na direção i - m e m - i ;

Ql_{im}, Ql_{mi} : fluxo de potência reativa que percorre a linha, na direção i - m e m - i .

B.2 Injeção de Corrente na Forma Matricial (MONTICELLI,1983)

A injeção líquida de corrente na barra i pode ser obtida aplicando-se a Primeira Lei de Kirchhoff à situação geral apresentada na Figura B.1.

$$\dot{I}_i = \sum_{m \in \Omega_i} \dot{I}_{im} \quad i=1, \dots, nb \quad (\text{B.7})$$

onde Ω_i é o conjunto das barras vizinhas da barra i .

Assim:

$$\dot{I}_i = \sum_{m \in \Omega_i} (\dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_i + \sum_{m \in \Omega_i} (-\dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_m \quad (\text{B.8})$$

$$\dot{I}_m = \sum_{i \in \Omega_m} (-\dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_i + \sum_{i \in \Omega_m} \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m \quad (\text{B.9})$$

Esta expressão, para $i = 1, \dots, nb$ pode ser posta na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}} \quad (\text{B.10})$$

onde

$\dot{\mathbf{I}}$: vetor de dimensão $(nb \times 1)$ das injeções de correntes;

$\dot{\mathbf{V}}$: vetor de dimensão $(nb \times 1)$ das tensões nodais;

$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$: matriz de admitância nodal com dimensão $(nb \times nb)$.

Os elementos da matriz $\dot{\mathbf{Y}}$ são:

$$\dot{Y}_{im} = -y_{im} \quad (\text{B.11})$$

$$\dot{Y}_{mi} = -y_{mi} \quad (\text{B.12})$$

$$\dot{Y}_{ii} = \sum_{m \in \Omega_i} (j \cdot b_{im}^s + \dot{y}_{im}) \quad (\text{B.13})$$

$$\dot{Y}_{mm} = \sum_{i \in \Omega_m} (j \cdot b_{im}^s + \dot{y}_{im}) \quad (\text{B.14})$$

B.3 Fluxo de Potência Ativa e Reativa na Forma Matricial (ALMEIDA,1994)

Para se deduzir expressões adequadas para os fluxos nas linhas referentes às transações, é conveniente representá-los na forma matricial. Para tanto, é necessário definir algumas matrizes tais como: matriz de incidência barra-linha, \mathbf{A} , matriz de incidência barra inicial-linha, \mathbf{A}_f , e matriz de incidência barra final-linha, \mathbf{A}_t , a partir das barras iniciais e finais de cada elemento do sistema de transmissão:

$$\mathbf{A} = [A_{ij}] \quad \text{onde} \quad A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{if}(j) \\ -1 & \text{se } i = \mathbf{it}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{Af} = [Af_{ij}] \quad \text{onde} \quad Af_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{if}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{At} = [At_{ij}] \quad \text{onde} \quad At_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{it}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

onde

if : vetor de dimensão $(nl \times 1)$ contendo as barras de origem das linhas do sistema de transmissão;

it : vetor de dimensão $(nl \times 1)$ contendo as barras finais das linhas do sistema de transmissão;

A : matriz de incidência barra-linha com dimensão $(nb \times nl)$;

Af: matriz de incidência barra inicial-linha com dimensão $(nb \times nl)$;

At: matriz de incidência barra final-linha com dimensão $(nb \times nl)$.

Definem-se também os seguintes vetores:

b^s: vetor de dimensão $(nl \times 1)$ composto pelas susceptâncias *shunt* b_{im}^s dos nl elementos do sistema;

Yl: vetor de dimensão $(nl \times 1)$ composto pela admitâncias séries y_{km} dos nl elementos do sistema;

Assim, os vetores dos fluxos complexos que atravessam as linhas de transmissão nos dois sentidos podem ser expressos:

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{im} = \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{B.18})$$

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{mi} = \text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{B.19})$$

onde

S_{l_{im}} e **S_{l_{mi}}**: vetores de dimensão $(nl \times 1)$ contendo o fluxo de potência complexa nas direções *i-m* e *m-i*.

Pode-se observar que as segundas parcelas das equações (B.18) e (B.19) apenas afetam o fluxo de potência reativo. Assim, desmembrando o vetor de fluxo em sua parte real e imaginária, ou seja, separando os fluxos de potência ativa e reativa, obtém-se:

$$\mathbf{PI}_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*\} \quad (\text{B.20})$$

$$\mathbf{PI}_{mi} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*\} \quad (\text{B.21})$$

$$\mathbf{QI}_{im} = \text{imag}\{\text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s]\} \quad (\text{B.22})$$

$$\mathbf{QI}_{mi} = \text{imag}\{\text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s]\} \quad (\text{B.23})$$

onde

\mathbf{PI}_{im} e \mathbf{PI}_{mi} : vetores de dimensão $(nl \times 1)$ contendo os fluxos de potência ativa que percorrem as linhas nas direções $i-m$ e $m-i$;

\mathbf{QI}_{im} e \mathbf{QI}_{mi} : vetores de dimensão $(nl \times 1)$ contendo fluxos de potência reativa que percorrem as linhas nas direções $i-m$ e $m-i$.

Apêndice C

Dados dos Sistemas Utilizados

C.1 Introdução

Este apêndice apresenta os dados relacionados aos sistemas de 5, 14, e 182 barras. Todos eles estão em pu na base 100 MVA. Nas tabelas que apresentam os dados sobre geração, os coeficientes de custo **aa** e **bb** estão associados com os termos linear e quadrático, respectivamente.

C.2 Dados do Sistema 5-barras

Tabela C.1 Dados das Linhas para Sistema de 5 Barras

Número	De	Para	$r(\text{pu})$	$x(\text{pu})$	$b^{\text{sh}}(\text{pu})$
1	1	2	0,0420	0,1680	0,0300
2	2	3	0,0310	0,1260	0,0200
3	3	5	0,0530	0,2100	0,0150
4	3	4	0,0840	0,3360	0,0120
5	5	4	0,0630	0,2520	0,0110
6	5	1	0,0130	0,1260	0,0100

Tabela C.2 Dados das Barras para Sistema de 5 Barras

Barra	V^{min}	V^{max}	$\Gamma \cdot \text{Pd}$	$\Gamma \cdot \text{Qd}$
1	1,0500	0,9500	0,7000	0,2500
2	1,0500	0,9500	2,7500	0,4000
3	1,0500	0,9500	0,8000	0,2000
4	1,0500	0,9500	0,5000	0,0000
5	1,0500	0,9500	1,3500	0,2500

Tabela C.3 Dados de Geração para Sistema de 5 Barras

Barra	G_p^{min}	G_p^{max}	G_q^{min}	G_q^{max}	aa	bb
1	0,0000	3,5000	- 1,0500	2,0500	2,0000	1,0000
3	0,0000	2,0000	- 1,0000	2,0000	4,0000	2,0000

4	0,0000	2,0000	- 1,0000	1,0000	1,0000	2,0000
---	--------	--------	-------------	--------	--------	--------

C.3 Dados do Sistema IEEE-14 barras

Tabela C.4 Dados das Linhas para Sistema de 14 Barras

Número	De	Para	$r(\text{pu})$	$x(\text{pu})$	$b^{\text{sh}}(\text{pu})$
1	1	2	0,0194	0,0592	0,0528
2	1	5	0,0540	0,2230	0,0492
3	2	3	0,0470	0,1980	0,0438
4	2	4	0,0581	0,1763	0,0374
5	2	5	0,0570	0,1739	0,0340
6	3	4	0,0670	0,1710	0,0346
7	5	4	0,0134	0,0421	0,0128
8	4	7	0	0,2091	0
9	4	9	0	0,5562	0
10	5	6	0	0,2520	0
11	6	11	0,0950	0,1989	0
12	6	12	0,1229	0,2558	0
13	6	13	0,0662	0,1303	0
14	7	8	0	0,1762	0
15	7	9	0	0,1100	0
16	9	10	0,0318	0,0845	0
17	9	14	0,1271	0,2704	0
18	10	11	0,0820	0,1921	0
19	12	13	0,2209	0,1999	0

20	13	14	0,1709	0,3480	0
----	----	----	--------	--------	---

Tabela C.5 Dados das Barras para Sistema de 14 Barras

Barra	V^{\min}	V^{\max}	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000
2	0,9500	1,0500	0,2317	0,1540
3	0,9500	1,0500	0,9840	0,2800
4	0,9500	1,0500	0,5560	-0,0480
5	0,9500	1,0500	0,0760	0,0160
6	0,9500	1,0500	0,1240	0,0800
7	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000
8	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000
9	0,9500	1,0500	0,3900	0,2320
10	0,9500	1,0500	0,0900	0,0580
11	0,9500	1,0500	0,0400	0,0260
12	0,9500	1,0500	0,0610	0,0160
13	0,9500	1,0500	0,1700	0,0660
14	0,9500	1,0500	0,1980	0,0550

Tabela C.6 Dados de Geração para Sistema de 14 Barras

Bus	Gp^{\min}	Gp^{\max}	Gq^{\min}	Gq^{\max}	aa	bb
1	0,0000	5,0000	-0,2500	5,0000	8,6000	8,0000
2	0,0000	5,0000	-0,4000	0,5000	10,5000	4,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,4000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	-0,0500	0,2400	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	-0,0500	0,2400	0,0000	0,0000

C.4 Dados do Sistema 182-barras

Tabela C.7 Dados das linhas para Sistema de 182 Barras

Linha	De	Para	$r(\text{pu})$	$x(\text{pu})$	$b^{\text{sh}}(\text{pu})$
1	16	17	0,1278	0,1881	0,0001
2	20	21	0	3,0000	0
3	20	21	0	3,0000	0
4	20	21	0	3,0000	0
5	22	21	0	0,0100	0
6	44	31	0,2792	0,3960	0,0031

7	44	32	0,3139	0,4453	0,0035
8	15	33	0	0,4185	0
9	15	33	0	1,0010	0
10	15	33	0	1,0610	0
11	32	33	0,0392	0,0929	0,0008
12	17	35	0	1,0427	0
13	18	35	0	3,0000	0
14	19	35	0	3,0000	0
15	33	35	0,1037	0,2634	0,0021
16	34	35	0,1051	0,1547	0,0011
17	36	31	0,0426	0,0604	0,0004
18	37	35	0,0475	0,0765	0,0004
19	42	38	0,0130	0,0466	0,0063
20	38	39	0,0055	0,0104	0,0001
21	23	41	0	1,1067	0
22	24	41	0	0,6192	0
23	24	41	0	0,6688	0
24	24	41	0	0,5353	0
25	41	39	0,0289	0,0545	0,0005
26	40	41	0,0154	0,0394	0,0003
27	22	42	0	0,6568	0
28	22	42	0	0,8436	0
29	36	42	0,1082	0,1558	0,0012
30	37	42	0,0475	0,0765	0,0004
31	25	43	0	1,0627	0
32	43	42	0,0450	0,1085	0,0010
33	43	42	0,0450	0,1085	0,0010
34	13	44	0	1,0907	0
35	14	44	0	0,6736	0
36	29	45	0	1,1360	0
37	29	45	0	1,0347	0
38	44	46	0,1538	0,2215	0,0017
39	45	46	0,0126	0,0275	0,0002
40	55	47	0,0057	0,1663	0
41	56	48	0,0059	0,1494	0
42	1	50	0	1,1333	0
43	1	50	0	1,1253	0
44	2	50	0	1,0480	0
45	2	50	0	1,0640	0
46	2	50	0	0,6136	0
47	3	51	0	1,0400	0
48	4	51	0	0,6680	0
49	9	52	0	0,6536	0
50	5	53	0	0,6568	0
51	6	53	0	0,6496	0

52	6	53	0	0,6552	0
53	49	53	0,0015	0,0012	0
54	50	53	0,1252	0,1843	0,0014
55	53	51	0,2465	0,2079	0,0013
56	55	54	0,0028	-0,0191	0
57	56	54	0,0027	-0,0158	0
58	52	54	0,2881	0,2381	0,0015
59	53	54	0,0427	0,1031	0,0009
60	53	54	0,0427	0,1031	0,0009
61	65	74	0	0,7870	0
62	66	74	0	0,3775	0
63	67	74	0	0,3850	0
64	68	75	0	2,0120	0
65	69	75	0	1,4300	0
66	70	75	0	1,4250	0
67	71	76	0	1,0907	0
68	74	76	0,0196	0,0702	0,0006
69	75	76	0,2187	0,4197	0,0037
70	80	82	0,0373	0,0546	0,0004
71	81	82	0,0193	0,0462	0,0004
72	87	90	0,0304	0,0836	0,0008
73	88	90	0,0414	0,1132	0,0011
74	88	90	0,0414	0,1132	0,0011
75	89	90	0,0139	0,0204	0,0001
76	89	90	0,0139	0,0204	0,0001
77	94	92	0,0067	0,1111	0
78	94	93	0,0049	-0,0056	0
79	97	98	0,0004	0,0010	0
80	97	98	0,0004	0,0010	0
81	100	99	0,0060	0,2247	0
82	100	101	0,0037	-0,0097	0
83	113	109	0,0003	0,0432	0
84	113	110	0,0003	0,0434	0
85	114	111	0,0003	0,0437	0
86	114	112	0,0003	0,0436	0
87	10	119	0	0,5915	0
88	10	119	0	0,5941	0
89	28	120	0	0,5915	0
90	7	121	0	0,5971	0
91	8	121	0	0,4085	0
92	57	123	0	0,4200	0
93	58	123	0	0,4305	0
94	59	124	0	0,5884	0
95	60	124	0	0,5954	0
96	61	125	0	0,4205	0

97	62	125	0	0,4190	0
98	124	125	0,0351	0,0546	0,0056
99	63	126	0	0,4796	0
100	64	126	0	0,4772	0
101	127	121	0,0459	0,1813	0,0230
102	122	127	0,0013	0,0048	0,0006
103	143	128	0,0269	0,1181	0,0137
104	123	128	0,0003	0,0008	0,0001
105	131	125	0,0047	0,0171	0,0432
106	132	126	0,0008	0,0030	0,0148
107	72	133	0	0,4260	0
108	73	133	0	0,5224	0
109	76	133	0,0145	0,2942	0
110	76	133	0,0145	0,2961	0
111	76	133	0,0148	0,3023	0
112	133	127	0,0090	0,0323	0,0041
113	133	128	0,0246	0,1048	0,0125
114	77	134	0	0,6016	0
115	78	136	0	0,3482	0
116	79	136	0	0,3482	0
117	82	136	0,0117	0,3312	0
118	82	136	0,0094	0,1697	0
119	129	136	0,0979	0,2420	0,0327
120	130	136	0,1899	0,4267	0,0560
121	136	135	0,0278	0,1129	0,0153
122	131	137	0,0130	0,0466	0,0063
123	132	137	0,0130	0,0466	0,0063
124	133	137	0,0058	0,0237	0,0032
125	133	137	0,0058	0,0237	0,0032
126	134	137	0,0045	0,0121	0,0014
127	137	135	0,0450	0,1828	0,0248
128	136	137	0,0660	0,2683	0,0364
129	11	138	0	0,5951	0
130	98	142	0,0099	0,3155	0
131	98	142	0,0102	0,3210	0
132	98	142	0,0062	0,1875	0
133	143	142	0,0461	0,1872	0,0255
134	142	138	0,0452	0,1791	0,0244
135	139	142	0,0604	0,1492	0,0202
136	139	142	0,0604	0,1492	0,0202
137	140	142	0,0051	0,0128	0,0017
138	140	142	0,0051	0,0128	0,0017
139	141	142	0,0269	0,0691	0,0086
140	55	143	0,0032	0,1825	0
141	56	143	0,0032	0,1817	0

142	143	144	0,0081	0,0261	0,0034
143	143	138	0,0176	0,0613	0,0085
144	143	121	0,0157	0,0566	0,0072
145	12	144	0	0,6046	0
146	41	145	0	0,3136	0
147	41	145	0	0,3120	0
148	41	145	0	0,3024	0
149	145	119	0,0275	0,0739	0,0084
150	43	146	0	0,1080	0
151	43	146	0	0,0994	0
152	26	146	0	0,4250	0
153	27	146	0	0,4105	0
154	30	147	0	0,4220	0
155	46	147	0	0,3116	0
156	46	147	0	0,3280	0
157	147	120	0,0163	0,0578	0,0076
158	148	143	0,0406	0,1049	0,0129
159	148	144	0,0290	0,0801	0,0107
160	145	148	0,0200	0,0635	0,0089
161	145	148	0,0200	0,0635	0,0089
162	146	148	0,0008	0,0028	0,0004
163	146	148	0,0008	0,0028	0,0004
164	147	148	0,0327	0,1146	0,0454
165	83	149	0	0,2870	0
166	84	149	0	0,2870	0
167	149	136	0,0082	0,1183	0
168	149	136	0,0084	0,1183	0
169	90	150	0,0029	0,1201	0
170	90	150	0,0029	0,1201	0
171	90	150	0,0096	0,5034	0
172	90	150	0,0092	0,5030	0
173	165	150	0,0090	0,0464	0,0399
174	165	150	0,0094	0,0484	0,0417
175	91	151	0,0029	0,1199	0
176	91	151	0,0029	0,1199	0
177	153	150	0,0385	0,1994	0,1716
178	151	153	0,0337	0,1250	0,1142
179	153	152	0,0122	0,0618	0,0549
180	94	154	0,0020	0,0460	0
181	95	154	0,0020	0,0926	0
182	96	154	0,0020	0,0919	0
183	152	154	0,0374	0,1899	0,1688
184	153	154	0,0460	0,2377	0,2047
185	100	155	0,0014	0,1451	0
186	155	101	0,0081	0,1254	0

187	155	101	0,0051	0,1238	0
188	155	101	0,0051	0,1212	0
189	154	155	0,0150	0,0778	0,0669
190	154	155	0,0150	0,0778	0,0670
191	156	155	0,0151	0,0773	0,0678
192	158	108	0,0080	0,1232	0
193	158	108	0,0057	0,1236	0
194	102	159	0	0,0696	0
195	103	159	0	0,0696	0
196	104	159	0	0,0696	0
197	105	159	0	0,0696	0
198	106	159	0	0,0696	0
199	107	159	0	0,0696	0
200	159	155	0,0307	0,1588	0,1369
201	159	156	0,0163	0,0834	0,0732
202	157	159	0,0343	0,1778	0,1528
203	157	159	0,0343	0,1777	0,1530
204	160	161	0,0246	0,1265	0,1085
205	160	159	0,0304	0,1572	0,1354
206	160	159	0,0304	0,1574	0,1356
207	158	161	0,0091	0,0471	0,0404
208	162	161	0,0221	0,1147	0,0984
209	162	164	0,0190	0,0970	0,0852
210	162	164	0,0189	0,0978	0,0842
211	163	137	0,0111	0,1310	0
212	163	137	0,0144	0,1181	0
213	149	163	0,0228	0,1183	0,1015
214	164	142	0,0083	0,1266	0
215	164	142	0,0077	0,1272	0
216	164	142	0,0077	0,1264	0
217	164	142	0,0096	0,1259	0
218	85	165	0	0,1780	0
219	86	165	0	0,1780	0
220	149	165	0,0001	0,0007	0,0006
221	166	148	0,0056	0,0604	0
222	166	148	0,0035	0,0628	0
223	166	148	0,0081	0,1263	0
224	166	148	0,0081	0,1253	0
225	166	163	0,0253	0,1313	0,1128
226	166	164	0,0128	0,0657	0,0576
227	166	164	0,0127	0,0657	0,0561
228	166	165	0,0374	0,1936	0,1614
229	167	115	0,0004	0,0121	0
230	168	171	0,0015	0,0194	1,1849
231	168	167	0,0011	0,0139	0,8517

232	169	168	0,0016	0,0201	1,2289
233	169	160	0,0003	0,0121	0
234	116	170	0	0,0420	0
235	117	170	0	0,0420	0
236	118	170	0	0,0420	0
237	169	170	0,0005	0,0065	0,4024
238	171	170	0,0005	0,0070	0,4288
239	113	171	0,0002	0,0110	0
240	114	171	0,0002	0,0110	0
241	173	172	0,0024	0,0309	1,8887
242	169	173	0,0016	0,0205	1,2509
243	174	171	0,0017	0,0217	1,3258
244	172	174	0,0032	0,0398	2,4286
245	173	174	0,0010	0,0122	0,7523
246	175	162	0,0003	0,0117	0
247	175	162	0,0003	0,0116	0
248	169	175	0,0022	0,0273	1,6693
249	169	175	0,0024	0,0298	1,8169
250	176	166	0,0003	0,0115	0
251	176	175	0,0013	0,0160	0,9795
252	176	173	0,0026	0,0292	1,8020
253	177	174	0,0020	0,0276	1,4267
254	178	174	0,0032	0,0425	2,4062
255	178	177	0,0012	0,0163	0,8445
256	179	153	0,0158	0,0824	0,0690
257	179	153	0,0158	0,0824	0,0690
258	172	179	0	0,0125	0
259	172	179	0	0,0125	0
260	180	157	0,0217	0,1123	0,0967
261	180	115	0,0034	0,0407	0,0658
262	180	181	0,0218	0,1135	0,0953
263	182	181	0,0259	0,1348	0,1131
264	182	160	0,0344	0,1781	0,1533

Tabela C.8 Dados das Barras para Sistema de 182 Barras

Bus	V^{\min}	V^{\max}	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	0,9000	1,0500	0,0610	0,0300
2	0,9000	1,0500	0,0900	0,0520
3	0,9000	1,0500	0,0190	0,0090
4	0,9000	1,0500	0,0350	0,0170
5	0,9500	1,0500	0,0680	0,0380
6	0,9500	1,0500	0	0
7	0,9500	1,0500	0,0320	0,0050
8	0,9500	1,0500	0,0590	0,0390
9	0,9500	1,0500	0,0860	0,0280

10	0,9500	1,0500	0	0,0030
11	0,9500	1,0500	0	0
12	0,9500	1,0500	0,0900	0,0420
13	0,9500	1,0500	0,0150	0,0070
14	0,9500	1,0500	0,0520	0,0240
15	0,9500	1,0500	0	0
16	0,9500	1,0500	0,0010	0,0010
17	0,9500	1,0500	0	0
18	0,9500	1,0500	0	0
19	0,9500	1,0500	0	0
20	0,9500	1,0500	0	0
21	0,9500	1,0500	0	0
22	0,9500	1,0500	0	0
23	0,9500	1,0500	0,0290	0,0210
24	0,9500	1,0500	0	0,0000
25	0,9500	1,0500	0,0180	0,0140
26	0,9500	1,0500	0,0530	0,0150
27	0,9500	1,0500	0,0630	0,0190
28	0,9500	1,0500	0,0500	0,0280
29	0,9500	1,0500	0,0560	0,0250
30	0,9500	1,0500	0	0
31	0,9500	1,0500	0,0450	0,0250
32	0,9500	1,0500	0	0
33	0,9500	1,0500	0	0
34	0,9500	1,0500	0,0080	0,0030
35	0,9500	1,0500	0	0
36	0,9500	1,0500	0	0
37	0,9500	1,0500	0,0800	0,0400
38	0,9500	1,0500	0,0400	0,0200
39	0,9500	1,0500	0,0630	0,0290
40	0,9500	1,0500	0,0700	0,0380
41	0,9500	1,0500	0	0
42	0,9500	1,0500	0	0
43	0,9500	1,0500	0	0
44	0,9500	1,0500	0	0
45	0,9500	1,0500	0	0
46	0,9500	1,0500	0	0
47	0,9500	1,0500	0,0050	0,0020
48	0,9500	1,0500	0,0050	0,0020
49	0,9500	1,0500	0,0340	0,0120
50	0,9500	1,0500	0	0
51	0,9500	1,0500	0	0
52	0,9500	1,0500	0	0
53	0,9500	1,0500	0	0
54	0,9500	1,0500	0	0

55	0,9500	1,0500	0	0
56	0,9500	1,0500	0	0
57	0,9500	1,0500	0	0
58	0,9500	1,0500	0,0350	0,0100
59	0,9500	1,0500	0,0390	0,0280
60	0,9500	1,0500	0,0400	0,0260
61	0,9500	1,0500	0,0800	0,0500
62	0,9500	1,0500	0,0880	0,0550
63	0,9500	1,0500	0,0550	0,0300
64	0,9500	1,0500	0,0800	0,0350
65	0,9500	1,0500	0,0600	0,0300
66	0,9500	1,0500	0,0450	0,0250
67	0,9500	1,0500	0,0450	0,0250
68	0,9500	1,0500	0,0040	0,0020
69	0,9500	1,0500	0	0
70	0,9500	1,0500	0	0
71	0,9500	1,0500	0,0200	0,0100
72	0,9500	1,0500	0	0
73	0,9500	1,0500	0	0
74	0,9500	1,0500	0	0
75	0,9500	1,0500	0	0
76	0,9500	1,0500	0	0
77	0,9500	1,0500	0,0860	0,0600
78	0,9500	1,0500	0,0125	0,0060
79	0,9500	1,0500	0,0125	0,0060
80	0,9500	1,0500	0	0
81	0,9500	1,0500	0	0
82	0,9500	1,0500	0	0
83	0,9500	1,0500	0,0165	0,0080
84	0,9500	1,0500	0,0165	0,0080
85	0,9500	1,0500	0,0400	0,0200
86	0,9500	1,0500	0,0400	0,0200
87	0,9500	1,0500	0,0900	0,0461
88	0,9500	1,0500	0,6340	0,1268
89	0,9500	1,0500	0	0
90	0,9500	1,0500	0	0
91	0,9500	1,0500	0,3400	0,0680
92	0,9500	1,0500	0,0050	0,0020
93	0,9500	1,0500	0,1400	0,0280
94	0,9500	1,0500	0	0
95	0,9500	1,0500	0	0
96	0,9500	1,0500	0	0
97	0,9500	1,0500	0,3734	0,0747
98	0,9500	1,0500	0	0
99	0,9500	1,0500	0	0

100	0,9500	1,0500	0	0
101	0,9500	1,0500	1,7420	0,3484
102	0,9500	1,0500	0,0330	0
103	0,9500	1,0500	0,0330	0
104	0,9500	1,0500	0	0
105	0,9500	1,0500	0	0
106	0,9500	1,0500	0	0
107	0,9500	1,0500	0	0
108	0,9500	1,0500	0,6420	0,1284
109	0,9500	1,0500	0,0490	0,0000
110	0,9500	1,0500	0	0
111	0,9500	1,0500	0	0
112	0,9500	1,0500	0	0
113	0,9500	1,0500	0	0
114	0,9500	1,0500	0	0
115	0,9500	1,0500	2,6040	-0,2170
116	0,9500	1,0500	0,0147	0,0029
117	0,9500	1,0500	0,0147	0,0029
118	0,9500	1,0500	0,0147	0,0029
119	0,9500	1,0500	0	0
120	0,9500	1,0500	0	0
121	0,9500	1,0500	0	0
122	0,9500	1,0500	0	0
123	0,9500	1,0500	0	0
124	0,9500	1,0500	0	0
125	0,9500	1,0500	0	0
126	0,9500	1,0500	0	0
127	0,9500	1,0500	0	0
128	0,9500	1,0500	0	0
129	0,9500	1,0500	0,1154	0,0231
130	0,9500	1,0500	0,0966	0,0547
131	0,9500	1,0500	0	0
132	0,9500	1,0500	0	0
133	0,9500	1,0500	0	0
134	0,9500	1,0500	0	0
135	0,9500	1,0500	0,1021	0,0204
136	0,9500	1,0500	0	0
137	0,9500	1,0500	0	0
138	0,9500	1,0500	0	0
139	0,9500	1,0500	0,1190	-0,1510
140	0,9500	1,0500	1,0650	0,2130
141	0,9500	1,0500	0	0
142	0,9500	1,0500	0,2443	0,0489
143	0,9500	1,0500	0	0
144	0,9500	1,0500	0	0

145	0,9500	1,0500	0	0
146	0,9500	1,0500	0	0
147	0,9500	1,0500	0	0
148	0,9500	1,0500	0	0
149	0,9500	1,0500	0,0130	0
150	0,9500	1,0500	0	0
151	0,9500	1,0500	0,2940	0,0588
152	0,9500	1,0500	0,1800	0,0360
153	0,9500	1,0500	0,0296	-0,5080
154	0,9500	1,0500	0,9800	0,1960
155	0,9500	1,0500	0	0
156	0,9500	1,0500	0,0400	0,1800
157	0,9500	1,0500	0,7134	0,1427
158	0,9500	1,0500	0	0
159	0,9500	1,0500	1,3740	0,2748
160	0,9500	1,0500	1,1670	0,2334
161	0,9500	1,0500	0,1800	0,0360
162	0,9500	1,0500	3,4040	0,6808
163	0,9500	1,0500	0	0
164	0,9500	1,0500	0	0
165	0,9500	1,0500	0	0
166	0,9500	1,0500	0	0
167	0,9500	1,0500	0	0
168	0,9500	1,0500	0,0310	0
169	0,9500	1,0500	0	0
170	0,9500	1,0500	0	0
171	0,9500	1,0500	0,0470	0
172	0,9500	1,0500	7,4501	0,5700
173	0,9500	1,0500	0,0250	0
174	0,9500	1,0500	0,0000	0
175	0,9500	1,0500	0,0440	0
176	0,9500	1,0500	0,0160	0
177	0,9500	1,0500	2,0000	0,0200
178	0,9500	1,0500	0	0
179	0,9500	1,0500	2,0000	0,0100
180	0,9500	1,0500	0,5000	0,0100
181	0,9500	1,0500	0,5000	-0,0100
182	0,9500	1,0500	0,5000	0,0100

Tabela C.9 Dados de Geração para Sistema de 182 Barras

Bus	G_p^{\min}	G_p^{\max}	G_q^{\min}	G_q^{\max}	aa	bb
16	0,0000	0,1460	-9,9500	9,9500	20	1
18	0,0000	0,1720	-0,0700	0,1000	40	40
19	0,0000	5,0000	-9,0700	9,1000	40	40

20	0,0000	0,7000	-0,0400	1,5000	15	30
47	0,0000	0,0000	-0,0500	0,3348	0	0
48	0,0000	0,0000	-0,0500	0,3346	0	0
69	0,0000	0,0880	-0,0200	0,3880	20	40
70	0,0000	0,0880	-0,0200	0,3881	10	8
78	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
79	0,0000	0,5000	-9,9900	9,3800	30	50
83	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
84	0,0000	0,6600	-9,9900	9,5500	20	40
85	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
86	0,0000	1,6000	-9,9900	1,2500	15	30
95	0,0000	1,4000	-9,9900	9,9900	10	10
96	0,0000	1,4000	-9,9900	9,9900	20	1
102	0,0000	0,0000	-1,6800	1,6800	0	0
103	0,0000	0,0000	-1,6800	1,6800	0	0
104	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	40	40
105	0,0000	5,0000	-1,6800	1,6800	40	40
106	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	15	30
107	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	20	40
109	0,0000	0,0000	-1,5000	1,5000	0	0
110	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	10	8
111	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	30	50
112	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	20	50
113	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
114	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
116	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	15	30
117	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	10	10
118	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	30	30
151	0,0000	0,6000	-9,9900	9,9900	20	1
168	0,0000	19,9800	-9,9900	9,9900	10	10
169	0,0000	5,0000	-9,9900	9,9900	10	10
178	0,0000	2,0000	-3,5000	1,0000	40	50